ALFABETIZAÇÃO e Letramento

Unidade 3
Teorias e práticas no ensino de matemática

Organizadora:
Profª. Silvana Claudia dos Santos

UFV
Universidade Federal de Viçosa

Reitor: Demetrius David da Silva
Vice-Reitora: Rejane Nascentes

cead UFV
Coordenadoria de Educação Aberta e a Distância

Diretor: Francisco de Assis de Carvalho Pinto
Campus Universitário, s/n. - Viçosa/MG.
CEP: 36570-900 - Telefone: (31) 3612 1251
e-mail: *cead@ufv.br*

Organizadora: Profª. Silvana Claudia dos Santos
Revisão Técnica: Ana Victória Dal-cin Santolin e Cristiane Oliveira Correia Fernandes

Identidade Visual: Ennio Venancio de C. Nascimento e Antônio dos Santos
Layout e Diagramação: Maianna Medeiros e Antônio dos Santos
Coordenação Editorial: Pedro Eni Lourenço Rodrigues
Foto Capa: *Image by Freepik*

Ficha catalográfica elaborada pela Seção de Catalogação e Classificação da Biblioteca Central da Universidade Federal de Viçosa – Campus Viçosa

M488f
2023

Geremias, Bethania Medeiros, 1973-
Teorias e práticas no ensino de matemática [recurso eletrônico] / Silvana Claudia dos Santos -- Viçosa, MG : UFV, CEAD, 2023.
1 livro eletrônico (70 p.) : il. (algumas color.). -- (Alfabetização e letramento ; módulo 3)

Disponível em: https://portalead.cead.ufv.br
Inclui bibliografia.

1. Alfabetização. 2. Letramento. 3. Língua materna. 4. Alfabetização matemática. I. Santos, Silvana Claudia dos, 1980-. II. Universidade Federal de Viçosa. Coordenadoria de Educação Aberta e à Distância. III. Título. IV. Série.

CDD 22. ed. 372.4

Bibliotecária responsável: Bruna Silva CRB6/2552

Apresentação

Nessa terceira unidade, exploraremos o ensino de números e o sistema de numeração decimal. Abordaremos os distintos sentidos numéricos e os usos sociais dos números. Com o intuito de potencializar o processo de alfabetização matemática, no âmbito da aprendizagem do conteúdo números e operações, iremos propor atividades que englobam os números e suas relações, recorrendo a recursos lúdicos como jogos, brincadeiras e literatura infantil, por exemplo. Falaremos, também, do sistema de numeração decimal, discutindo sobre as suas características e as ideias nele envolvidas que, quando bem compreendidas, permitem a consolidação de outras noções matemáticas. Além disso, abordaremos os aspectos conceituais e procedimentais necessários à aprendizagem das quatro operações matemáticas, discutindo ideias e apresentando diferentes estratégias de cálculos para se trabalhar a adição, subtração, multiplicação e divisão com números naturais.

Profª. Silvana Claudia dos Santos

Sumário

9. Ensino de números e sistema de numeração decimal

Autora: Silvana Claudia dos Santos

Objetivos:

- Apresentar diferentes sentidos numéricos e usos sociais dos números;
- Discutir sobre a estrutura e características do sistema de numeração decimal;
- Propor abordagens didáticas para o ensino de números e sistema de numeração decimal.

Como apresentamos na primeira parte deste curso, a alfabetização matemática, na perspectiva do letramento, envolve a compreensão das primeiras noções matemáticas desenvolvidas na iniciação escolar, tomando como princípio as habilidades de leitura e escrita no âmbito desta ciência. Que tal ampliar seus conhecimentos sobre alfabetização matemática, também denominado por alguns estudiosos de letramento matemático, dentre outras conceituações?

Quando se fala em matemática, uma das principais ideias abordadas, sobretudo na infância, diz respeito ao conceito de número.

! Mas, o que é número? Parece ser uma pergunta simples, concorda? Que resposta você daria para ela? Como você compreende "número"?

Vamos praticar. Faça uma lista de suas compreensões acerca desse "objeto matemático".

Apesar de a matemática não se restringir a este eixo temático, a associação que se faz entre essa ciência e número é quase que imediata. E não é para menos, uma vez que, por muito tempo, o ensino de matemática nas escolas privilegiou os números e as operações aritméticas em detrimento de outros eixos, tais como geometria, por exemplo. De fato, entender os diferentes sentidos e contextos numéricos, bem como dominar as técnicas operatórias são habilidades necessárias a todo ser humano. Porém, elas não são consideradas suficientes para garantir uma alfabetização matemática de forma ampla.

Antes de avançar nessa discussão, vamos retomar um pouco do que aprendemos na primeira unidade referente à alfabetização matemática. Você já parou para pensar sobre o que é necessário para uma pessoa ser considerada alfabetizada matematicamente? Retome, pense e anote suas reflexões.

Agora que você já recapitulou a importância de abordar diferentes eixos temáticos no ensino de matemática, cabe lembrar que esses eixos (números, noções geométricas, etc.) não são isolados um do outro, ao contrário, em seus diferentes níveis escolares, é possível e desejável que sejam estabelecidas relações entre eles. Contudo, nesta formação optamos por priorizar o eixo números e operações, abordando desde o sentido numérico, sistema de numeração decimal, bem como as operações com números naturais. Entendemos que os eixos temáticos que envolvem o currículo de matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental precisam ser trabalhados com a mesma dedicação durante a alfabetização matemática e, preferencialmente de modo articulado. No entanto, considerando a limitação de tempo que temos para realizar essa formação no curso, e pela importância que o conteúdo números e operações tem na elaboração das primeiras noções matemáticas na escola, essa opção se deu para que possamos abordar de forma mais detalhada e aprofundada esse assunto. Acreditamos que tais conteúdos são fundamentais no processo de alfabetização matemática. Cabe destacar que abordaremos apenas os números naturais, uma vez que números, racionais, presentes no currículo dos anos iniciais do Ensino Fundamental, em geral, não são trabalhados no ciclo de alfabetização, conforme preconiza a BNCC. Por outro lado, destacamos que, para nós, a alfabetização matemática trata de um processo que se entende ao longo dos anos e não se limita aos primeiros anos escolares.

> [...] é importante que essa alfabetização se inicie nos primeiros anos de escolaridade da criança, uma vez que a matemática já faz parte do seu cotidiano, antes mesmo de ela saber ler e escrever matematicamente. Quer dizer, entendemos que o pensamento matemático prescinde o processo de alfabetização matemática e este pode se estender ao longo da vida (CASTRO, 2020, p. 35).

Saiba mais!

Sobre o currículo de matemática dos anos iniciais do Ensino Fundamental, a partir da homologação da Base Nacional Comum Curricular (BNCC), sugerimos a leitura do capítulo escrito por Antonio José Lopes Bigode, intitulado: "Base, que Base? O caso da Matemática", publicado em 2019, no livro **Educação é a Base? 23 educadores discutem a BNCC**, organizado por Fernando Cássio e Roberto Catelli Júnior.

A referência completa encontra-se no final desta Unidade.

1. Sentidos numéricos

No livro "Matemática: soluções para dez desafios do professor", publicado em 2011, os autores Antonio J. L. Bigode e Janet Bolite Frant destacam que os números fazem parte de nossas vidas e estão presentes em diversas ocasiões do dia a dia, tais como fazer compras, quantificar objetos, medir, dentre outras. Essa será uma das nossas principais referências ao longo desta Unidade. Com relação ao ensino de números, esses autores alertam que:

> [...] é preciso perceber que podem existir diferenças entre os números encontrados na escola e em diversas situações da vida. No cotidiano, as medidas numéricas não precisam ser sempre exatas. Arredondamos valores para facilitar o troco, estimamos medidas para avaliar distâncias. Isso significa que nem sempre a matemática da rua é a mesma da escola. Nesta, tratamos do sentido numérico para que a criança lide com diferentes tipos de situações de natureza matemática, seja para fazer contas, seja para desenvolver seu raciocínio numérico (BIGODE; FRANT, 2011, p. 8).

E como surgiram os números? Os seres humanos, desde a época das cavernas, foram construindo seus conhecimentos e suas maneiras de viver. O humano da pré-história sobrevivia com o que a natureza lhe oferecia. Depois de um longo tempo, passou a viver em grupos, construiu moradias, começou a plantar, a colher e a criar animais. Nessa época, alguns grupos já dispunham de formas de contar e registrar seus pertences. Cada grupo encontrava uma forma diferente. Uns usavam os dedos, outros as pedras, outros faziam marcas num osso ou numa vara, faziam nós numa corda...

Você já deve ter ouvido falar ou já deve ter lido em algum livro didático ou manual do professor aquela história sobre o pastor e suas ovelhas, não é mesmo? Essa é uma história que contextualiza muito bem a importância de se criar um sistema de numeração e ajuda a ampliar a compreensão sobre os sentidos numéricos. Todos gostamos de uma história e crianças principalmente! Então, não deixe de contar essa história para seus alunos. Use sua criatividade e capriche na dramatização!

Se você ainda não conhece a histórias dos números ou deseja conhecer outras versões dela que ajudarão as crianças na construção de suas relações iniciais com os números, indicamos esses dois vídeos que podem ser utilizados como recursos interessantes para a sala de aula ou para aprofundar seus estudos como docente que ensina matemática.

- *Matematica pra que*
- *Ursinho Pooh 1,2,3: Descobrindo os Números e as Contas*

Não deixe de assistir!

Agora que já entendemos um pouco sobre o surgimento e função social dos números, fica mais evidente pensarmos, pela diversidade de situações e contextos nos quais estamos inseridos, que os números podem ter diferentes sentidos. Quando se fala em números, uma primeira ideia que vem à cabeça de boa parte das pessoas é a de **quantidade**. Sou capaz de arriscar que na lista que você fez sobre as possíveis compreensões acerca desse "objeto matemático" a noção de quantidade está no topo da lista. Acertei? Pois bem, de fato quantidade consiste em um **sentido numérico** bastante presentes nos mais diversos contextos e situações cotidianas. Entretanto, como nos explicam Bigode e Frant (2011, p. 8, grifo dos autores)

> Recitar uma sequência numérica não garante o desenvolvimento do sentido numérico. Para os alunos, é um desafio relativizar os números e compreender para que, por que e onde os usamos. [...] As ações envolvidas na construção do sentido numérico - como as significações para os números, os diferentes modos de representá-los e de estabelecer relações entre eles - fazem parte do cotidiano matemático do aluno e se desenvolvem durante todo o período do ensino fundamental.

Quando os autores falam sobre o desafio que **relativizar os números** pode representar para os alunos que ainda estão produzindo sentidos sobre esse conceito e construindo relações com eles, Bigode e Frant (2011) querem chamar a atenção justamente para o fato de não haver apenas um modo de compreendê-los a partir de suas representações. Veja, para uma criança que está se apropriando da escrita do símbolo 7, por exemplo, pode não ter consolidado a leitura desta representação. Quer dizer, a depender do contexto, o número 7 pode se referir a diferentes sentidos. Por exemplo: Lucas fará 7 anos daqui 7 dias e gostaria de ganhar de presente as 7 figurinhas que faltam para completar seu álbum. Note que o número 7, representado pelo símbolo "7" (também chamado de numeral), possui nessa situação diferentes sentidos. Esse também é um exemplo de como a leitura (no sentido mais amplo) e a escrita wmatemática são aspectos que compõem o processo de alfabetização matemática.

Portanto, a ideia de número como quantidade que, claro, está vinculada à contagem, consiste em um dos sentidos numéricos. Afinal, contar responde à pergunta: quantos? Sempre que utilizamos um número para descrever a quantidade de elementos de um conjunto discreto, estamos lidando com o sentido cardinal. Mas, será que quando uma criança recita uma sequência numérica corretamente podemos afirmar que ela já sabe contar? Quando podemos afirmar que uma criança sabe contar?

> “Quando uma criança recita com certa facilidade os números de 1 a 10, pode parecer que ensinar contagem seja simples. Não é: contar é diferente de recitar. Contar implica perceber que cada objeto corresponde somente a um termo da contagem e que não se deve pular nem repetir um objeto. Apesar de recitar corretamente os números de 1 a 10, a criança às vezes não consegue contar uma coleção de 7 objetos, por exemplo, pois não percebe a relação entre cada elemento da contagem e o número de objetos a que ela se refere (BIGODE, FRANT, 2011, p. 9).

Bem, como você pode perceber, quando uma criança recita uma sequência numérica não é suficiente para dizer que compreendeu o que é número, nem mesmo que ela sabe contar, que se refere ao sentido cardinal, ou seja, a associação de um número à quantidade. Nesse caso, talvez, podemos dizer que essa criança tem boa memória e consegue memorizar uma sequência numérica assim como consegue reproduzir a letra de uma canção tendo ouvido algumas vezes. E que outros sentidos numéricos podem ser explorados junto aos alunos com vistas a uma alfabetização matemática?

Além do sentido cardinal, há contextos em que os números estão vinculados a situações de medida e ordem, os quais podem se relacionar entre si. Sobre esse aspecto, Bigode e Frant (2011) explicam que contar é diferente de medir, embora usemos a mesma representação numérica. Quando trabalhamos no Ensino Fundamental com números naturais, não é difícil para a criança entender que entre 1 e 2 não existe outro “número”. Já no processo de medir entre 1 e 2 há infinitos números. Isso nem sempre é fácil para a criança assimilar…

Os mesmos autores chamam a atenção sobre o fato da aprendizagem do aspecto cardinal do número também não ser algo elementar. Segundo eles, uma criança que conta os dedos de uma mão pode concluir que **5 é o nome do último dedo que contou e não o número total de dedos**. Esses são exemplos de desafios que as crianças enfrentam ao longo da sua trajetória que podem refletir na aprendizagem de adição e de subtração. Ao realizar a operação 1+4, ela pode responder que é 4 porque esta foi a última quantidade mencionada. Ou, ainda, seguindo o mesmo raciocínio, ao calcular 5-2, pode afirmar que é 2, por exemplo.

Cabe destacar que, quando falamos em sentidos numéricos, outras compreensões devem ser trabalhadas para além das noções de quantidade, ordem e medida. Números também são usados para representar códigos, tais como números de documentos, placas de carros, CEP, códigos de barras, dentre outros. Esses são alguns dos principais sentidos numéricos abordados nos primeiros anos de escolaridade. Tais sentidos poderão ser aprofundados conforme os estudantes avançam em seus estudos. Segundo Bigode e Frant (2011), nos primeiros anos de escolaridade, as crianças apenas iniciam o desenvolvimento do sentido numérico e ainda estão atribuindo significados para as relações de natureza numérica. Trata-se de processo natural que exige tempo e está relacionado, principalmente, ao ensino de contagem, medidas e visualização/representação dos números.

Sugestões para trabalhar números em sala de aula

Usando os dedos das mãos

Uma prática antiga, quando se pensa na construção de uma relação com os números se refere ao uso dos dedos das mãos. O uso dos dedos consiste em um recurso natural quando se inicia os primeiros ensaios de contagem, ações de adicionar e retirar, números pares e ímpares, dentre outras noções numéricas. Há várias brincadeiras e jogos que podem ser incluídas nas práticas pedagógicas junto às crianças para contribuir com a compreensão dos sentidos numéricos e com uma relação amigável dos pequenos com os números.

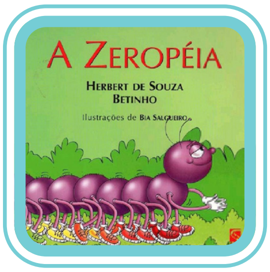
Bigode e Frant (2011) também sugerem o uso dos dedos das mãos como uma estratégia para potencializar a visualização e favorecer o ensino da contagem.

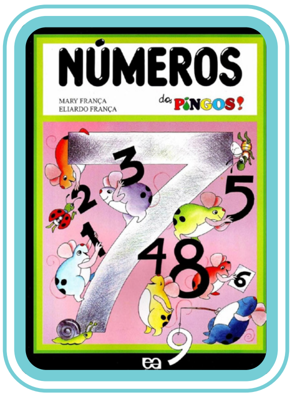
> Cada grupo de alunos deve ter folhas de papel (pode ser do próprio caderno), lápis ou canetas coloridas para desenhar e registrar a tarefa.
>
> Divida a turma em grupos pequenos. Peça aos alunos que registrem cada situação abaixo em seus cadernos, sendo que podem usar desenhos simbólicos, como dedos, pauzinhos ou bolinhas, para representar os números:
>
> - Usando as duas mãos, quantos dedos existem numa dupla de alunos?
> - Usando uma das mãos, quantos dedos existem num grupo de três alunos?
> - Usando três dedos em cada mão, quantos dedos existem num grupo de quatro alunos?
> - Em um grupo de quatro alunos, um deles coloca dois dedos e cada colega mostra dois dedos a mais que o colega anterior. Quantos dedos podem ser contados no grupo?
>
> Você pode variar essas perguntas de inúmeras maneiras. Isso ajudará o desenvolvimento do senso numérico relativo à contagem, à correspondência e à operação de adição. (BIGODE; FRANT, 2011, p. 11).

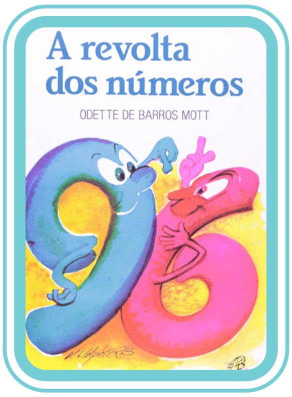
Outra atividade bem divertida e que se apoia no uso dos dedos das mãos pode ser acessada no link: *Brincadeira com mãos: Matemática de Dedinhos*. Nesse pequeno vídeo, a criança está brincando de Matemática dos dedinhos com um adulto. Essa brincadeira pode proporcionar que trabalhemos diferentes habilidades numéricas com os alunos. Assista e reflita: quais habilidades numéricas podem ser trabalhadas durante essa brincadeira? Registre a seguir as suas reflexões:

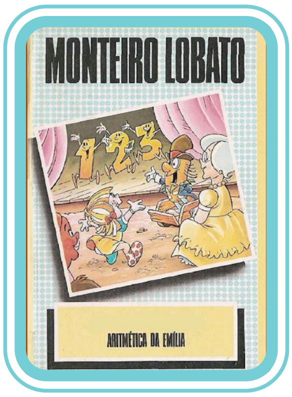
Literatura infantil e ensino de matemática

A partir de um bom levantamento é possível identificar várias histórias infantis que possibilitam a realização de um trabalho que articule matemática e literatura infantil. Há autores de livros infantis, com formação em educação matemática, que se dedicam intencionalmente a escrever histórias que possam ser utilizadas em sala de aula. Mas também é possível lançar mão de histórias infantis que, mesmo sem esse objetivo explícito, é possível realizarmos uma leitura matemática dessas histórias. A seguir, apresentamos algumas sugestões de livros infantis que podem ser utilizados em sala de aula para trabalhar sentidos numéricos e criar um contexto favorável à construção de uma boa relação com os números nos primeiros anos escolares. Existem muitos outros, abordando este e outros conteúdos matemáticos, como o Pirulito do Pato de Nilson José Machado e O Sonhos das Berinjelas de Wanessa Trevizan que desenvolvem com criatividade aspectos do tema frações. Pesquise, busque! Há muitas possibilidades de integração entre Literatura e Matemática!









Saiba mais!

Caso deseje se aprofundar nas possibilidades didáticas do uso da literatura infantil e o ensino de diferentes conteúdos matemáticos, especialmente, os números, não deixe de acessar:

- *https://periodicos.ufpel.edu.br/index.php/cadernodeletras/article/view/19678*
- *https://www.scielo.br/j/ciedu/a/gkPfRQ9ctPhjRBkQt54TZGB/?format=pdf&lang=pt*
- *https://www.scielo.br/j/bolema/a/VRtzcRJtLW3Q4btg8VWS5Dy/?lang=pt*

A seguir, apresentamos uma sugestão de roteiro de leitura de história infantil, elaborado por nós, que pode ser utilizado por você para planejar suas aulas numa perspectiva que integra matemática e contação de histórias.

Roteiro de leitura matemática de livro infantil e planejamento de atividades

1 – Escolha um livro infantil. Esse é um momento crucial da prática pedagógica quando envolve literatura infantil. Portanto, preste atenção se o livro escolhido é adequado à faixa etária, ao contexto, ao conteúdo e aos seus objetivos didáticos pedagógicos.

2 – Faça uma leitura prévia da história. Se possível, leia mais de uma vez antes de usá-lo em sala de aula.

3 – Em um primeiro nível de análise junto às crianças, detenha-se a aspectos mais gerais: título, autor, editora, ilustrações.

3.1 – Nesse momento, faça perguntas que instiguem a curiosidade dos pequenos/as.

4 – Em um segundo nível de análise, inicie um trabalho mais aprofundado sobre o conteúdo do livro buscando destacar, entre outros, ideias ou noções matemáticas presentes na história.

4.1 – Nesse momento faça perguntas mais próximas a conteúdos matemáticos que contribuam para a interpretação da história, de modo que a matemática seja utilizada como linguagem que permita ler e compreender tal história, etc. Nesse sentido, não basta considerar apenas o texto propriamente dito, mas também as ilustrações.

5 – Em um terceiro nível de análise, incentive às crianças a produzirem hipóteses, conjecturas e construa com elas um contexto que possibilite-as praticar a capacidade analítica e argumentativa.

5.1 – Nesse momento as perguntas podem ser feitas no sentido de fazer as crianças pensarem em outras possibilidades como: poderia ser outro título? Poderiam ter outros personagens ou a história poderia se passar em outros lugares, etc? Poderia ter outro final? Quem imaginou que seria esse o final da história? E como poderia ser a continuação da história?

6 – Para finalizar, leve às crianças a elaborarem conclusões.

7 – Sugira formas de registro (desenho, pintura, escrita, dramatização, etc). Esses registros podem ser produzidos no âmbito dos diferentes momentos de análise.

8 – Vamos praticar?

9 – Depois de realizar essa atividade, que adaptações você faria nesse roteiro visando aprimorá-lo?

Fonte: Arquivo pessoal da autora.

Materiais manipulativos variados

Quando falamos em ensino de números, uma habilidade necessária no cotidiano diz respeito à capacidade de estimar, dentre vários atributos, as quantidades. Nesse processo, também pode ser desenvolvida a relação de correspondência, tão importante no ensino de contagem. Segundo Bigode e Frant (2011), ao ser oferecida aos alunos uma quantidade maior do que eles são capazes de visualizar e contar, cria-se uma oportunidade para que eles busquem estratégias para estimar quantidades e resolver problemas. Podem ser utilizados clips, botões, palitos, tampinhas, dentre outros materiais. Apresentamos, a seguir, um exemplo sobre como propor esse tipo de atividade em sala de aula, de acordo com esses autores:

> Separe 2 caixinhas e também cerca de 100 clipes para cada grupo. Divida a turma em grupos de 4 alunos e distribua 2 caixinhas por grupo. Coloque 63 clipes numa caixinha e 34 em outra, para que as duas tenham uma quantidade distinta de clipes. Num primeiro momento, os alunos identificam visualmente qual é a caixa que contém a maior quantidade de clipes.
>
> Depois, você deve diminuir de forma gradativa a diferença de clipes de uma caixa para outra, até que o grupo não consiga distinguir visualmente a caixa que contém mais clipes. Nesse momento, você pede que os alunos do grupo, em duplas, retirem os clipes das caixas simultaneamente, ou seja, para cada clipe retirado de uma caixa, deve-se retirar também um clipe da outra caixa, até descobrirem qual caixa ficará vazia primeiro.
>
> Os alunos podem registrar suas justificativas, utilizando frases como: "Pegando um clipe de cada caixa, a caixa da Dupla 2 esvaziou antes da caixa da Dupla 1". (BIGODE; FRANT, 2011, p. 11).

Outra atividade interessante com o uso de materiais manipulativos não estruturados, pode ser pensada para desenvolver a habilidade de realizar agrupamentos. Tal habilidade é fundamental para a compreensão de diferentes sistemas de numeração, como o decimal, por exemplo. Incentive que os alunos formem grupos de 3, de 5, ou de 10, por exemplo. Pergunte quantos grupos podem ser formados com uma determinada quantidade. Proponha que façam trocas. Por exemplo, para cada grupo de 5 tampinhas troca-se por uma vareta, indicando que existe uma relação de equivalência entre essas representações.

2. O sistema de numeração decimal

O nosso sistema de numeração é chamado de decimal. Ele foi criado pelos hindus, um povo antigo que vivia na Índia. Eles aproveitaram algumas ideias de outros povos e criaram o sistema de numeração que conhecemos hoje. Contudo, os Árabes aperfeiçoaram esse sistema e levaram-no para a Europa e, por isso, ele também é chamado de sistema de numeração indo-arábico. Por ser muito prático, ele foi adotado quase no mundo inteiro! E por que será que também o chamam de sistema de numeração decimal? Isso se justifica pelo fato de ele ser composto de dez símbolos, ou seja, ser de base decimal, ou base dez. Com apenas esses dez símbolos é possível escrever qualquer número.

> Isso não foi uma fantástica descoberta matemática? Você já parou para pensar como esse tipo de conhecimento transformou toda uma civilização?

De acordo com Bigode e Frant (2011), o Sistema de Numeração Decimal (SND) é reconhecido no mundo inteiro. O seu significado envolve o agrupamento de 10 em 10. Você sabia que a base 10 foi adotada pelo fato de termos 10 dedos nas mãos? Esses autores explicam que isso facilita o processo de contagem de quantidades simples. Mas, o que fazer quando as quantidades excedem 10 unidades?

Cada 10 unidades de uma ordem formam uma unidade da ordem seguinte.

10 unidades = 1 dezena = 10

10 dezenas = 1 centena = 100

10 centenas = 1 unidade de milhar = 1000

Outra característica é que ele segue o princípio do valor posicional do algarismo, isto é, cada algarismo tem um valor de acordo com a posição que ele ocupa na representação do numeral.

O significado do zero na escrita numérica pode se constituir um obstáculo ao se estudar o valor posicional no SND, especialmente quando está intercalado, como no número 208. Para compreender essas ideias, devemos propor atividades diversificadas aos alunos, com materiais variados ou propostas que envolvam agrupamentos. Segundo Lorenzato (2011), alguns professores ensinam para as crianças que zero é igual a qualquer número ou que ele é sinônimo de nada. Contudo, esse autor destaca alguns aspectos em relação ao seu ensino, uma vez que a compreensão que se constrói desse número pode gerar obstáculos para a aprendizagem de SND, bem como das operações aritméticas.

> **a)** o fato de o número zero se apresentar às crianças como um complicador em algumas operações não dá ao professor o direito de suprimi-lo da sequência ordenada dos números, pois as crianças conhecem a existência do zero mesmo antes de ir à escola. No entanto, apresentar o zero como primeiro número de uma série crescente pode dificultar a compreensão infantil, uma vez que os números são apresentados relacionados com a contagem de quantidades e que a necessidade de contagem surge naturalmente só para quem tem um ou mais elementos/objetos; isto é, é antinatural contar objetos quando eles não existem. Por isso, os números 1, 2, 3, 4, 5… são chamados naturais. Assim sendo, o ensino dos numerais não deve começar pelo zero;
>
> **b)** frequentemente, o zero é apresentado às crianças como relacionado ao nada, isto é, à inexistência, à insignificância, à coisa nula, tal ideia induz crianças a perguntar, anos mais tarde, e com muita coerência: "Se o zero não vale nada, por que na conta de vezes ele anula tudo?", "Se o zero não vale nada, porque 205 é diferente de 25?", "Se o zero não vale nada, como ele tem para emprestar, por exemplo: 100-33 = 67?", "A divisão exata tem ou não tem resto?", "Zero é um número ou é nada?". (LORENZATO, 2011, p. 35-36).

Como podemos perceber, o zero possui um papel importante na aprendizagem do SND. E, nesse sentido, torna-se necessário explorar o que ele representa na leitura e escrita dos números. Lorenzato (2011, p. 36) nos explica, ainda que: "Um modo correto para apresentar o número zero é como um número que tem a função de guardar lugar para outros números". Segundo ele, essa compreensão tem origem na história da matemática, uma vez que o registro 1 1 tornava dúbia leitura dos números, exigindo que se criasse um símbolo para elucidar ao leitor que a posição das dezenas está vazia e, assim, evidenciar que onze é diferente de 101. Diante disso, a explicação mais adequada para o zero no SND é que este algarismo representa **ausência de quantidade** (LORENZATO, 2011; BIGODE; GIMENEZ, 2009). As ideias envolvidas no SND, como ler e escrever os números, fazer agrupamentos de 10 em 10 e reconhecer o valor de cada algarismo (valor relativo) conforme posição que ocupa no número, são noções que devem ser muito bem trabalhadas ao longo do processo de alfabetização matemática. Quando os alunos ainda não dominam o SND podem confundir os números, devido às variações de posição dos algarismos que os formam. Eles confundem, por exemplo, 45 e 54. Não compreender a característica posicional do sistema de numeração pode criar obstáculos na aprendizagem de determinadas estratégias de cálculo das operações (BIGODE; FRANT, 2011).

De acordo com Lorenzato (2011), para garantir que os alunos terão sucesso na leitura e escrita dos números torna-se relevante considerar que ele deverá perceber que:

> **a)** a numeração escrita (numerais) só possui dez distintos símbolos (algarismos), que do dez em diante todos os numerais são compostos com estes primeiros dez símbolos, e que o valor de cada número depende da posição que os algarismos ocupam em cada numeral;
>
> **b)** a contagem verbal segue um critério do zero até nove (a símbolos diferentes correspondem nomes diferentes), e outro critério do dez em diante (novos nomes para os mesmos símbolos [...]); perceber também que a leitura de cada numeral depende da posição que ocupam nele os algarismos;
>
> **c)** saber escrever os algarismos na forma correta.

Jogos

Muitos estudos têm sido publicados nas últimas décadas sobre o potencial didático-pedagógico dos jogos, em diferentes áreas. No ensino de matemática as possibilidades são inúmeras. Acreditamos que você conhece várias dessas possibilidades e, certamente, tem experiências exitosas para compartilhar conosco, não é mesmo? Antes de apresentarmos alguns representantes de jogos e materiais, comuns em nosso dia a dia, que podem ser usados no ensino de noções numéricas, registre alguns exemplos de jogos que você conhece ou que já realizou em sala de aula para trabalhar matemática.

Bigode e Frant (2011) indicam a exploração de padrões numéricos nas peças do dominó convencional. Existem várias adaptações do jogo dominó para se ensinar diferentes conteúdos de matemática (dominó de operações, de quantidades, de formas geométricas, de frações, etc.). Contudo, o dominó convencional também pode servir para ensinar matemática para além das habilidades que o jogo em si já proporciona. Esses autores sugerem a seguinte abordagem, tomando como recurso uma caixa de dominó ou uma folha impressa com as imagens de retângulos com pontinhos, representando as peças deste jogo para que os alunos visualizem e explorem:

> Divida a turma em grupos de 4 e distribua um material por grupo. Peça para que as crianças reparem que cada peça é dividida em duas partes. Em cada parte existem de 0 a 6 pontinhos. Dê um tempo para que os alunos possam observar os pontinhos, sua forma e quantidade.
>
> Verifique quantos alunos conhece, o jogo de dominó e, se necessário, explique as regras para eles. Pegue uma peça ao acaso e pergunte quantos pontinhos existem de um lado e do outro. Mostre que algumas peças têm o mesmo número de pontos nos dois lados. Quando perceber que os alunos já se familiarizaram com as peças, parta para as perguntas a seguir:
>
> - Quantas peças existem no jogo?
> - Que peças apresentam um total de 7 pontinhos?
> - Quais peças somam 1 ponto? Quais somam 2? E 3? E 4? E assim por diante.
> - Qual é o maior número de pontinhos que pode aparecer em uma única peça?
>
> Pergunte também: "Tenho na mão uma peça com 11 pontinhos. Que peça é essa?" Alguns alunos podem responder 5 e 6, e outros 6 e 5, gerando uma oportunidade para você colocar na lousa 5 + 6 = 6 + 5. A atividade também pode ser feita no grupo, com um dos alunos pegando uma peça perguntando aos colegas: "Tenho uma peça com 7 pontinhos. Que peça é essa?" Eles podem responder: 4 e 3; 3 e 4; 5 e 2; 2 e 5; 6 e 1; 1 e 6. Com essas respostas, você pode ressaltar as diferentes formas de se obter o números 7 por meio de uma soma de duas parcelas. (BIGODE; FRANT, 2011, p. 12-13).

Um cuidado importante que devemos ter quando do trabalho com qualquer tipo de material ou quando da realização de uma atividade experimental e exploratória, relaciona-se com a necessidade de planejamento de formas de registro. Seja por meio da escrita espontânea ou do desenho livre, seja a partir de propostas de registros mais sistematizados preparados por você (roteiros, quadros, mapas conceituais, por exemplo), torna-se fundamental promover o exercício da leitura e da escrita matemática. No momento do registro, a criança organiza o pensamento e elabora estratégias para manifestar como está compreendendo as ideias matemáticas trabalhadas. Além disso, o registro pode oferecer subsídios para que você possa avaliar a aprendizagem matemática de seus alunos.

Sugestões para trabalhar o sistema de numeração decimal

Trabalhe a ordenação e comparação dos números

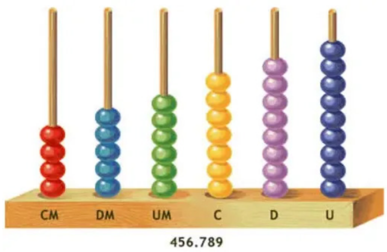
Atividades lúdicas e reflexivas que levem as crianças a comparar números, considerando o valor posicional (valor relativo) de seus algarismos são muito importantes para consolidar a compreensão dos alunos sobre a estrutura, as características do SND. Veja algumas situações propostas por Bigode e Frant (2011, p. 20, grifos dos autores) a seguir:

> **Exemplo 1:** Quatro amigas coletaram latas para reciclagem. Ana coletou 23; Beatriz, 13; Carla, 32; e Diana, 31 latinhas. O comprador das latas pediu que se organizassem em uma fila por ordem de quem coletou mais para quem coletou menos latas. Quem será a primeira e quem será a última da fila? Ordene os nomes da maior para a menor quantidade.
>
> **Exemplo 2:** João mora no oitavo andar; Ana, no quinto; e Duda, no décimo. Quem mora no andar mais alto? Quem mora no andar mais baixo?

Utilize o ábaco e o material dourado

Existem vários tipos de ábacos. É um interessante material para se trabalhar o sistema de numeração decimal, as operações básicas e o valor posicional dos numerais. Em sala de aula usa-se o ábaco vertical, o qual consiste em uma base de madeira (ou outro material) com hastes perpendiculares à base e paralelas entre si. Nas hastes coloca-se contas com um furo no meio. A seguir, apresentamos alguns exemplos de ábacos que podem ser utilizados em sala de aula. Há também a possibilidade de envolver as crianças na construção de um ábaco utilizando materiais alternativos, tais como sucata. Após a confecção do material, os alunos poderão fazer uso desse recurso em atividades de exploração de representações numéricas, jogos e operações.

Fonte: Bigode e Frant (2011, p. 38)

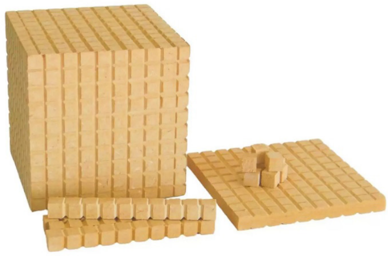


Fonte: *Monografias Brasile Escola*

Fonte: *Pexels*

Fonte: Acervo pessoal da autora

O material dourado é constituído por cubinhos, barras, placas e cubo (grande), apresentando as regras de agrupamento na base decimal. A manipulação e uso desse recurso podem ajudar na compreensão das operações básicas, trabalhar a noção de troca no sistema decimal, valor posicional, entre outros conceitos.



A educadora Maria Montessori foi uma das pioneiras no uso de peças para representar o sistema decimal. Seu material dourado, assim chamado pela cor da madeira de que é feito, divide-se em peças originalmente conhecidas como unidade, dezena, centena e milhar. Hoje, alguns educadores preferem utilizar outra nomenclatura que não se prende ao valor representado, como os termos "cubinho" (unidade), "barra" (dezena), "placa" (centena) e "cubão" (milhar). Essa liberdade permite fixar o valor 1 para peças diferentes, dando margem ao estudo das frações. Se o professor disser que a barra vale 1, o cubinho passa a valer 1/10, a placa 10 e o cubão, 100. Mas, se o cubão representar 1, o cubinho valerá 1/1000, a barra, 1/100 e a placa, 1/10.

Fonte: LOURENÇÃO, G. Universidade Severino Sombra – **Fundamentos Teóricos e Metodologia de Matemática**. In: FALZETTA, R. Use peças no lugar de números. Nova Escola, outubro de 1997. Disponível em: *https://matematicando.net.br/wp-content/uploads/2018/08/34-material-dourado-nova-escola.pdf*. Acesso em 26 de Agosto de 2023.

A principal função do material dourado, entretanto, ainda é o estudo das quatro operações fundamentais. Manipulando suas peças da forma correta, é possível somar, subtrair, multiplicar e dividir sem grandes dificuldades.

Nos anos iniciais deste século, Maria Montessori dedicou-se à educação de crianças com necessidades educacionais específicas (crianças com deficiência ou com algum déficit de aprendizagem, por exemplo), que, graças à sua orientação, rivalizavam nos exames de fim de ano com as demais crianças das escolas públicas de Roma. Esse fato levou Maria Montessori a analisar os métodos de ensino da época e a propor mudanças compatíveis com sua filosofia de educação.

Segundo Maria Montessori, a criança tem necessidade de se mover com liberdade dentro de certos limites, desenvolvendo sua criatividade no enfrentamento pessoal com experiências e materiais. Um desses materiais era o chamado *material das contas* que, posteriormente, deu origem ao conhecido *Material Dourado Montessori*. Acreditamos que você já conhece o material dourado, assim como o ábaco, uma vez que se trata de recursos muito presentes nas escolas e nos livros didáticos. Ambos os materiais apresentam potencialidades significativas para o ensino de números e operações.

De todo modo, caso queira conhecer mais sobre esses dois materiais e suas possibilidades para a sala de aula, sugerimos que acesse esse link: *https://youtu.be/wIBBKO1atUc?feature=shared*

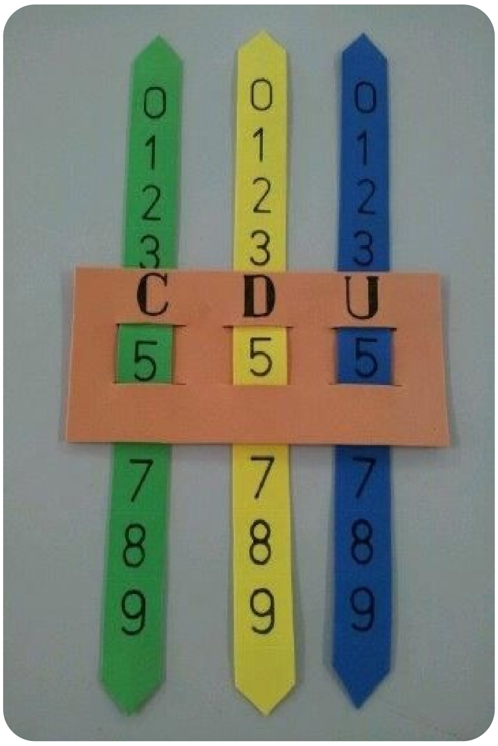
Uma atividade muito interessante de ser realizada em sala de aula que pode contribuir para a compreensão das crianças em relação a estrutura do sistema de numeração decimal, bem como como favorecer o entendimento de alguns procedimentos de cálculo, tais como os algoritmos da adição, por exemplo, trata-se do jogo "nunca dez".

Você conhece esse jogo? Mesmo que você já conheça, lhe convidamos a assistir a um vídeo explicativo "Aprenda o Jogo NUNCA 10 com Material Dourado" clicando no link: *https://www.youtube.com/watch?v=3JlB3uUvD-Y*

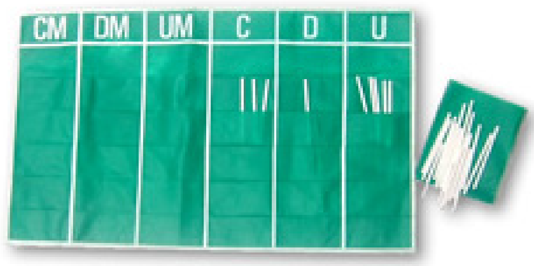
Após ter assistido ao vídeo, anote as suas observações. Como você avalia as possibilidades de uso desse jogo em sala de aula? Quais aspectos do SND podem ser explorados?

Introduza o Quadro Valor Lugar (QVL)

Produza com as crianças um Quadro de Valor Lugar (QVL). Veja algumas sugestões nas figuras a seguir:



1.



2.

3.

Fonte: Imagem 1: *Pinterest*; Imagem 2: *QVL*; Imagem 3: Acervo pessoal da autora

Esse recurso é muito interessante para consolidar a compreensão da característica posicional do SND. Após os alunos terem realizado várias atividades de agrupamentos na base 10, proponha a comparação de números, solicitando que registrem diferentes quantidades no QVL. Peça que realizem uma pesquisa envolvendo números em diferentes contextos cotidianos (supermercado, calendário, pontuação em um jogo, altura dos alunos da turma, etc) e com diferentes sentidos (medida, ordem, quantidade, etc). Em seguida, peça que registrem no QVL. Chame a atenção para a posição dos algarismos. Mostre, por exemplo, a diferença do algarismo 5 quando se encontra nas diferentes posições nos números 45 3 54. No primeiro ele corresponde a 5 grupos de 1 e no segundo a 5 grupos de 10.

Saiba mais!

Caso deseje aprofundar seu conhecimentos didáticos sobre o uso desse recurso conhecido como Quadro Valor Lugar (QVL), assista ao vídeo, clicando no link a seguir:

https://www.youtube.com/watch?app=desktop&v=LkRpSWDWNMs

Vamos praticar?

Atividades

1) Nas situações verídicas, descritas a seguir, crianças estão construindo relações com os números. Leia com atenção, analise e responda às questões:

Situação 1:

A cena passou-se no McDonald's, entre dois irmãos, um de 5 anos e meio e outro de 2 anos e meio. A mãe, Márcia, chegou à mesa com uma caixa contendo seis bolinhos de frango; deu um para cada filho e deixou a caixa com os outros quatro bolinhos sobre a mesa. Mesmo antes de começar a comer, a criança mais velha pegou mais um bolinho da caixa e colocou em seu prato. A menor, imediatamente, pegou o mesmo bolinho e o devolveu à caixa.

Fonte: Lorenzato (2011, p. 184-185).

a) Embora não seja esperado que a criança de 2 anos e meio saiba contar, quais **condições fundamentais da contagem** ela parece já ter desenvolvido? Explique.

b) Em relação ao "conflito" no momento de dividir os bolinhos entre os irmãos, qual **sentido numérico** é possível identificar? Explique.

Situação 2:

Sou professor de matemática e tenho um afilhado, Ricardo, de 6 anos. Outro dia fui visitá-lo. Logo que cheguei à casa, fui convidado para competir com ele, em um jogo eletrônico; aceitei e fiz o melhor possível, mas o jogo acabou 420 para mim e 1200 para Ricardo, ao que exclamou:

— Ganhei!

Nesse momento, pensei: "Como Ricardo só tem 6 anos, é bem provável que não conheça números grandes; vou testá-lo". E, então, eu disse:

— Ricardo, acho que ganhei o jogo porque 4 é maior do que 1 ou 2; e se você pegar os dois primeiros números, você faz 12 e eu 42; de qualquer modo, eu ganhei!

Ricardo apenas olhou tranquilamente para mim, desligou em silêncio o computador, foi até sua mãe e disse:

— Mãe, eu fiz "um dois zero zero", ele fez só "quatro dois zero" e acha que ganhou de mim... E ainda diz que é professor de matemática.

Fonte: Lorenzato (2011, p. 183-184).

a) Ricardo sabe **ler corretamente os numerais**? Justifique.

b) O que Ricardo conhece sobre o sistema de **numeração decimal**?

c) Em relação à discussão a respeito da pontuação obtida pelo menino Ricardo e seu padrinho no jogo eletrônico, qual **sentido numérico** pode ser identificado. Explique

Um pouco mais...

Para finalizar esse capítulo, deixamos aqui mais duas sugestões de vídeos com boas práticas que podem inspirar seu trabalho em sala de aula. Nesses vídeos são abordadas algumas possibilidades de uso de jogos e investigações matemáticas no cotidiano escolar com foco nos processos de ensino e aprendizagem de números e seus usos sociais, sistema de numeração decimal e um pouco de operações aritméticas, assunto esse que abordaremos nos próximos capítulos.

Aproveite!

- Vídeo 1: *D-20: Números e Operações: Jogos e Etnomatemática*
- Vídeo 2: *LETRAMENTO MATEMÁTICO por meio de jogos e materiais do cotidiano - SOMA 2018*

10. Ensino de adição: conceitos e procedimentos de cálculo

Autora: Silvana Claudia dos Santos

Objetivos:

- Debater sobre a importância de trabalhar os aspectos conceituais das operações com foco na alfabetização matemática;
- Discutir as ideias associadas a operação de adição;
- Apresentar procedimentos para o cálculo de adição;
- Propor estratégias didáticas para o ensino de adição nos primeiros anos escolares.

Quando falamos em ensino das operações fundamentais nos primeiros anos do Ensino Fundamental, há que se considerar que não se trata apenas de realizar "contas", embora os cálculos sejam um aspecto importante nesse processo. E mesmo quando esse aspecto é assumido como uma prioridade por alguns professores durante o ensino das operações, este não deve iniciar ou se restringir aos algoritmos. Mas o que é um algoritmo? Você sabe?

Um **algoritmo** é uma sequência de instruções ou comandos realizados de maneira sistemática com o objetivo de resolver um problema ou executar uma tarefa. A palavra "algoritmo" faz referência ao matemático árabe Al Khwarizmi, que viveu no século IX, e descreveu regras para equações matemáticas. Os algoritmos são como uma receita de bolo: uma sequência de ações que devem ser executadas para que o objetivo final — o bolo pronto — seja atingido. Aplicam-se os algoritmos nas tarefas simples do dia a dia e também nos programas computacionais complexos que identificam o comportamento do consumidor na internet. Todas as funções dos computadores, smartphones e tablets, por exemplo, resultam de algoritmos. Essas máquinas conseguem realizar bilhões de comandos em poucos segundos.

Fonte: *https://www.significados.com.br/algoritmo/*. Acesso em 07/09/2023.

Note, ao ler a citação anterior, que quando se fala em algoritmo não necessariamente estamos falando, especificamente, de matemática escolar, apesar de ter muito raciocínio lógico matemático na elaboração e execução de qualquer tipo de algoritmo. Mas, no nosso caso, ao falarmos de ensino de operações aritméticas fundamentais, tais como adição, o que seria um algoritmo matemático? De que modo você associa o significado de algoritmo apresentado na referida citação com algoritmo matemático?

É uma sequência finita e ordenada de passos (regras), com um esquema de processamento que permite a realização de uma tarefa (resolução de problemas, cálculos etc.). [...]

[O algoritmo] surgiu da necessidade de fazer cálculos sem o auxílio de ábacos, dedos e outros recursos. Até então, a estrutura dos cálculos esteve associada às ferramentas que havia à mão: pedras sobre o chão, varetas de bambu, a calculadora de manivela, a régua de cálculo e, por fim, a calculadora. É resultado de técnicas de cálculo que levaram séculos para se desenvolver. [...]

Fonte: *https://novaescola.org.br/conteudo/2675/o-que-e-algoritmo*. Acesso em 07/09/2023.

Como é possível perceber, quando se fala em algoritmo matemático estamos falando de uma estratégia ou técnica de cálculo muito mais sistematizada e abstrata. Portanto, começar por esse procedimento de cálculo no ensino de qualquer operação aritmética seria, no mínimo, dificultar a compreensão das crianças sobre a técnica em si e, principalmente, o significado das operações. Contudo, não é raro observarmos que em muitas escolas o ensino das operações aritméticas sejam reduzidas ao ensino dos passos dos algoritmos. Não há dúvida de que é mais simples ensinar regras fechadas do que desenvolver ideias, o sentido numérico e explorar os vários significados das operações. Contudo, de nada adianta fazer uso de algoritmos se isso não vier acompanhado da devida compreensão em relação ao conceito e à técnica (BIGODE; GIMENEZ, 2009).

Nesse sentido, Nacarato, Mengali e Passo (2009) afirmam que apenas as competências de cálculo não bastam. Segundo essas autoras, um dos maiores desafios colocado à escola e aos professores consiste em, justamente, promover um ensino de matemática que vá além do ensino de algoritmos e cálculos mecanizados, principalmente nos anos iniciais, onde está a base da **alfabetização matemática**. Com isso, as autoras não estão defendendo que os algoritmos sejam abolidos do ensino das operações aritméticas, por exemplo, mas alertam para que ele não se restrinja a isso.

Diante disso, torna-se necessário abordar duas dimensões no âmbito do ensino das operações aritméticas: a **conceitual e a procedimental**. Nesse, e nos próximos capítulos, falaremos de cada uma das operações com números naturais, considerando essas duas frentes de trabalho com vistas à prática pedagógica em sala de aula. A seguir, começaremos abordando a adição. Vamos lá? Bons estudos!

1. O conceito de adição

De acordo com Bigode e Frant (2011), a dimensão **conceitual** de qualquer operação aritmética envolve as suas ideias, contextos e situações. Para esses autores, antes de partir para as “contas de mais, menos, vezes ou dividir” e as técnicas de cálculo com seus estudantes, é preciso fazê-los compreender as situações que envolvem a contagem, comparação, ordenação e quantificação dos números. Ou seja, eles precisam entender primeiro os aspectos conceituais das operações. Quando os conceitos dessas operações não são bem aprendidos, os alunos podem ter dificuldades na resolução de problemas.

A aprendizagem da adição, segundo os mesmos autores, torna-se fundamental para qualquer pessoa, uma vez que está presente em várias situações do cotidiano que são matematizadas, como na noção de sucessor, no SND, e também numa das ideias da multiplicação (a soma das parcelas iguais). Antes de questionar em que momentos fazer uso de algoritmos, é necessário considerar que não se deve apenas ensinar a técnica, ou seja, o cálculo. Bigode e Frant (2011, p. 24), orientam, ainda, que "[...] é preciso fazê-los compreender as situações que envolvem a contagem, comparação, ordenação e quantificação dos números". Em outras palavras, os autores chamam a atenção para primeiro oferecer condições para que os estudantes compreendam os aspectos conceituais da adição. Veja bem, se colocarmos uma calculadora na mão dos alunos, não é possível garantirmos que eles conseguirão resolver os problemas aditivos. É preciso, também, que os estudantes compreendam os diferentes significados da adição. Mas o que seriam esses significados da adição? Vamos fazer uma pausa para pensar e registrar. Produza uma lista **verbos que podem ser associados à adição** e elabore uma frase com cada um deles:

Bom, vamos lá! Nossa expectativa é que em sua lista de verbos relacionados à adição, bem como nas frases que você elaborou com eles, deve ter aparecido aquilo que, ao falarmos em conceito de adição, temos chamado de ideias associadas a essa operação. E quais seriam essas ideias? Será que elas apareceram em sua lista de palavras? Acreditamos que sim! A adição consiste em uma operação fundamental para a compreensão de ideias que envolvem, basicamente, as ações de juntar e acrescentar, e também de técnicas aritméticas, como multiplicação e o sistema de numeração decimal. Ou seja, em geral, os contextos e situações de natureza aditiva ou se referem a juntar ou acrescentar. Mas qual seria a diferença? Observe a síntese a seguir:

» **Ideia de juntar:** Não há um estado inicial e final, mas sim um todo em determinado momento. O importante é sabermos quanto temos **ao todo**, juntando os objetos.

- Por exemplo: Luana guardou 2 bonecas e 3 jogos de tabuleiro em uma caixa. Quantos brinquedos Luana guardou ao todo?

» **Ideia de acrescentar:** Pressupõe estados e ações com tempos diferentes, um antes e outro depois de cada ação.

- Por exemplo: Ana tinha 6 adesivos e ganhou 3 de sua amiga. Quantos adesivos Ana possui agora?

Agora que você já sabe quais são as ideias da adição, elabore e registre mais um exemplo de situação-problema para cada uma delas.

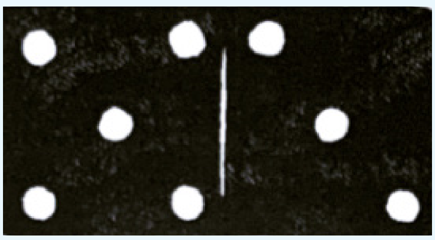
Sugestões para trabalhar o conceito de adição

O trabalho em relação aos conceitos das operações aritméticas precisa considerar os diferentes contextos, situações e seus significados. Portanto, uma abordagem que favorece a aprendizagem do aspecto conceitual das operações e que contribuirá com a alfabetização matemática é a resolução de problemas. Além disso, o trabalho com materiais manipulativos que explorem a visualização, bem como situações contextualizadas e próximas ao cotidiano das crianças também são boas alternativas.

Como foi possível perceber há duas ideias que compõem o conceito de adição. A ideia de juntar envolve a simultaneidade, já que não possui um estado inicial e final, mas sim um total em determinado momento. Nesse sentido, uma sugestão para abordar essa ideia consiste em trabalhar a noção de **reunião de objetos**, conforme propõem Bigode e Frant (2011). Nesse aspecto, interessa-nos determinar quanto se tem **ao todo, o total** de objetos. Podemos observar, a seguir, alguns exemplos de problemas que podem ser propostos em sala de aula:

Lucas tem 5 moedas de R$ 1,00 numa mão e 3 moedas de R$ 1,00 na outra. Quantos reais ele tem **ao todo**?

Quantos pontinhos [**no total**] se veem nesta peça de dominó?



Fonte: Bigode e Frant (2011, p. 26, grifo nosso).

Muitos outros exemplos podem ser pensados a partir desses, não é mesmo? Veja que nas duas situações a característica da simultaneidade está presente. Cabe ao estudante reunir, agrupar, juntar, o que equivale a **somar**.

No que diz respeito à ideia de **acrescentar** da adição, diferente da anterior, espera-se estados e ações com tempos diferentes, um antes e outro depois de cada ação. Observe a figura a seguir com uma representação da adição 5 + 3 = 8:

Fonte: Bigode e Frant (2011, p. 27).

Problemas desse tipo podem apresentar três variações possíveis. Observe os exemplos, a seguir, de cada uma dessas variações para situações aditivas:

1) Quando o **estado final é desconhecido**. Exemplo: Arthur tinha 5 bolinhas de gude e ganhou 3 de sua madrinha. Quantas bolinhas de gude ele tem agora?

Logo, temos que: **5 + 3 = ?**

2) Quando a **transformação é desconhecida**. Exemplo: Arthur tinha 5 bolinhas de gude e ganhou algumas de sua madrinha, ficando com 8. Quantas bolinhas de gude ele ganhou?

Logo, temos que: **5 + ? = 8**

3) Quando o **estado inicial é desconhecido**. Exemplo: Arthur tinha algumas bolinhas de gude e ganhou 3 de sua madrinha, ficando com 8. Quantas bolinhas de gude ele tinha antes?

Logo, temos que: **? + 3 = 8**

E aí? Você percebeu a diferença entre as ideias de juntar e acrescentar da adição? Note que no caso da ideia de acrescentar, como o próprio nome sugere, uma quantidade, que não existia antes é acrescentada. Ou seja, as quantidades que se somam não aparecem de forma simultânea, como na ideia de juntar.

Vamos praticar?

Atividades

1) Elabore um problema que envolva a ideia de juntar e outros três abordando cada um dos estados de transformação da ideia de acrescentar. Para tanto, lembre-se de considerar o contexto em que seus alunos estão inseridos, tornando assim as situações mais próximas da realidade deles. Esse é um cuidado que devemos ter, pois pode colaborar com a compreensão dos alunos.

Ideias de adição	Enunciado do problema
Juntar	
Acrescentar	

2) Indique qual ideia de adição está presente em cada uma das situações-problema a seguir:

a) No transporte público urbano viajavam 27 pessoas sentadas e 18 pessoas em pé. Quantas pessoas viajavam neste transporte público?

b) Tuco coleciona figurinhas e seu álbum já possui 8 figurinhas. No seu aniversário ele ganhou 5 figurinhas diferentes. Quantas figurinhas ele terá?

c) Bia e Ana estavam jogando um jogo da memória. No final de uma partida, Bia e Ana conferiram seus pares de cartas do jogo. Bia tinha 21 pares e Ana tinha 18. Quantos pares de cartas do jogo da memória as duas amigas conseguiram juntas?

d) Vini ganhou 6 selos para a sua coleção e agora ele tem 29 selos. Quantos selos ele tinha antes?

e) Luna e Maria querem comprar um brinquedo com os R$ 119,00 que elas possuem juntas. Se Luna tem R$ 76,00, então quanto tem Maria?

Cabe destacar que os estudantes podem resolver esses diferentes tipos de problemas aditivos usando as mais diversas estratégias. Sobretudo, as crianças que ainda não tiverem acesso a técnicas mais sistematizadas, tais como os algoritmos, são capazes de resolver usando sua criatividade e engenhosidade. Contudo, elas precisam, antes disso, reconhecer essas situações como sendo aditivas e, nesse sentido, a dimensão conceitual precisa ser bem trabalhada. Com relação às estratégias de cálculo propriamente ditas, trataremos na seção seguinte.

2. O cálculo da adição

A segunda frente de ensino das operações aritméticas, a procedimental, está relacionada às técnicas e estratégias de cálculo, mental ou escrito, e ao uso de instrumentos como ábaco, material dourado e calculadora para resolver contas e perceber regularidades. Especificamente em relação a como ensinar a calcular uma adição, Bigode e Frant (2011, p. 33) explicam que:

> Muitos professores costumam ter dúvidas relacionadas aos "aspectos estratégicos da adição". Algumas delas são:
>
> - Como explicar o "vai um"?
> - Que recursos usar para que os alunos adquiram destreza no cálculo mental?
> - Em que momento ensinar o **algoritmo** tradicional, comumente conhecido como o dispositivo da "conta armada"(ou "conta em pé")? E de que maneira posso auxiliar os alunos a evitar macetes e procedimentos mecânicos?
> - Como evitar que eles cometam erros de cálculo e de que forma proceder quando isso acontece?

Antes de passarmos a falar, diretamente, sobre as maneiras de desenvolver as primeiras técnicas para resolver situações aditivas, vamos partir de onde você está! Você concorda com o que os autores colocam em relação a esses desafios para ensinar e aprender como calcular a adição? Como você ensina essa operação? Você aborda, primeiramente, os aspectos conceituais? E sobre os procedimentos de cálculo? Quais estratégias você utiliza para ensinar a calcular a adição? E como os alunos reagem diante dessas estratégias? Reflita e registre.

De acordo Bigode e Frant (2011), as dificuldades de estudantes, ou desafios enfrentados por eles, com situações aditivas, na maioria das vezes, têm relação com as escolhas metodológicas para a sala de aula, as quais nem sempre levam em consideração os aspectos conceituais da adição e os seus processos de aprendizagem. Desse modo, o ensino fica restrito somente a regras de cálculo e técnicas operatórias padronizadas. A seguir, apresentaremos algumas sugestões para explorar o cálculo de adições. Certamente, essas não são as únicas técnicas operatórias, mas optamos por sugestões que variam em termos das possibilidades para o desenvolvimento da alfabetização matemática, desde técnicas mais simples, exploratórias e intuitivas até as estratégias mais abstratas e sintéticas. De todo modo, buscamos sempre tornar explícito cada processo para aliar emprego da técnica com compreensão.

Sugestões para se trabalhar o cálculo de adição

O uso dos dedos ou de materiais manipulativos não estruturados

Vale a pena reforçar que, antes de passar para o algoritmo convencional, sejam trabalhadas outras formas de realizar o cálculo da adição. Quanto mais experiências ricas a criança tiver, mais ela construirá um repertório que a conduzirá a uma aprendizagem com significado, o que lhe permitirá ser alfabetizada em matemática, na perspectiva do letramento. Nesse sentido, uma primeira sugestão para se trabalhar o cálculo da adição, indicada por Bigode e Frant (2011), consiste no **uso dos dedos das mãos**. Essa estratégia pode ser considerada legítima e, possivelmente, foi uma das primeiras técnicas desenvolvidas na realização de cálculos.

Assim como o uso dos dedos das mãos, mas aplicado de modo semelhante, também pode ser oferecido à criança diferentes materiais manipulativos (tampinhas, pecinhas, botões, clipes, palitos, lápis, etc) para que elas possam resolver problemas simples, visualizando as ações de reunir, acrescentar, agrupar, colocar, agregar, adicionar, ganhar, dentre outras situações de natureza aditiva.

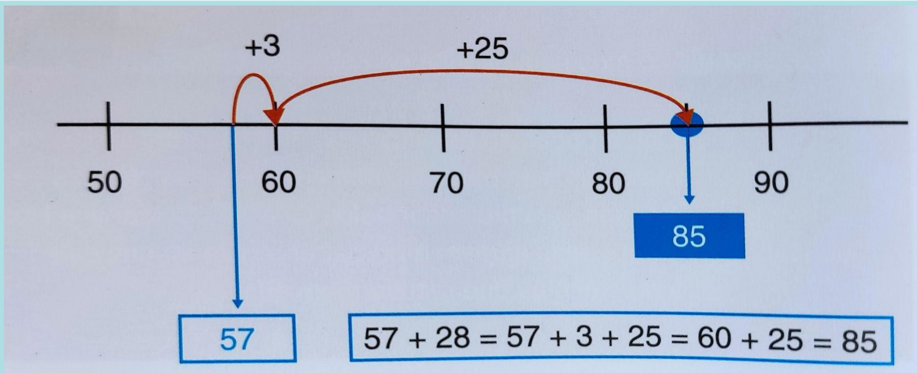
Cabe destacar que, a própria criança perceberá, em algum momento, que trata-se de uma técnica viável apenas para números menores e isso fomentará a necessidade de buscar outras estratégias mais adequadas.

A reta numérica

No início do Ensino Fundamental não se deve priorizar adições (e subtrações) com reservas. Quando usamos o termo "com reserva", estamos nos referindo àquelas operações em que são necessárias realizar agrupamentos e trocas na base decimal, como 26 + 68, por exemplo. No entanto, já é possível propor esse tipo de cálculo utilizando estratégias mais intuitivas e experimentais que permitam à criança visualizar o processo. Uma dessas estratégias é o uso da reta numérica. Analise a resolução, a seguir, do problema proposto:

João está medindo uma pista de corrida, contando passos. Na primeira etapa, ele contou 57 passos, na segunda, 28 passos. Descubra quantos passos João teve de dar para medir o comprimento da pista.

Desenhe então uma reta na lousa e marque o 57. Vá fazendo adições que se resolvem mentalmente, por exemplo: 57 + 3 = 60. Dos 28, ainda falta adicionar 25 unidades. Assim, chega-se a 60 + 25 = 85.



Fonte: Bigode e Frant (2011, p. 36, grifos dos autores).

Depois de analisar a resolução do problema apoiando-se na reta numérica, comente:

a) Você já utiliza a reta numérica para calcular adições em sala de aula? Fale um pouco sobre isso.

____

____

____

____

b) Quais as possibilidades do uso desse recurso no cálculo de adições?

____

____

____

c) Quais os limites do uso da reta numérica no ensino de cálculo de adição?

O ábaco

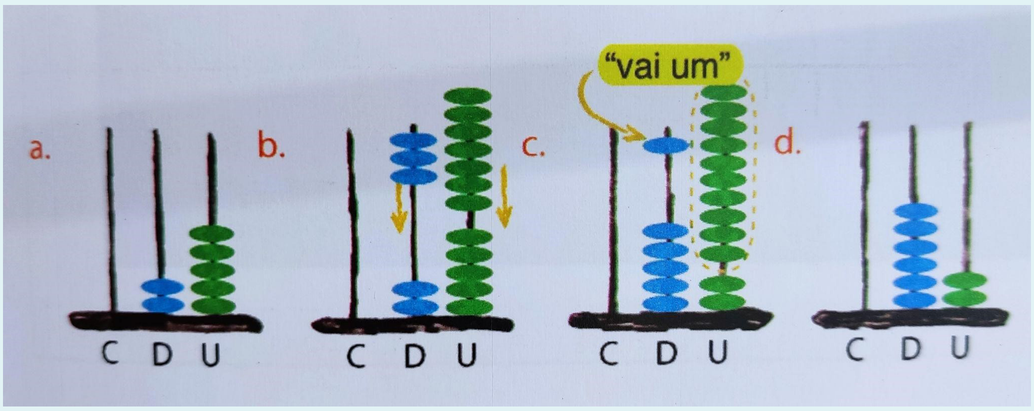
Já mencionamos, anteriormente, sobre como materiais estruturados como ábaco e material dourado podem favorecer a aprendizagem das características do SND, a leitura e escrita dos números. Além disso, esses recursos didáticos são muito eficientes no ensino das quatro operações aritméticas, pois permitem visualizar o passo a passo dos procedimentos de cálculos e evitar o uso de macetes e técnicas mecanizadas sem significados. Antes de partir para o algoritmo convencional, indicamos que esses recursos sejam utilizados.Com eles, torna-se possível a realização de adições com e sem reserva de modo muito intuitivo e experimental, aspectos que se mostram fundamentais para o processo de descobertas matemáticas. A seguir, apresentamos o passo a passo para o desenvolvimento do cálculo da adição 25 + 37, com reserva, usando o ábaco de hastes verticais (colunas):

a. Representamos 25 no ábaco, composto por 2 dezenas e 5 unidades.

b. Acrescentamos o 37, composto por 3 dezenas e 7 unidades. Temos então 12 unidades na coluna das unidades.

c. Trocamos 10 unidades (bolinhas verdes), que equivalem a 1 dezena por 1 dezena, na coluna das dezenas (bolinhas azuis). Essa bolinha que veio do agrupamento das 10 unidades é o "vai um". Juntamos a dezena que veio da coluna das unidades com 3 dezenas do 37 e as 2 dezenas do 25, e o resultado são 6 dezenas.

d. Temos representado no ábaco 6 dezenas e 2 unidades.



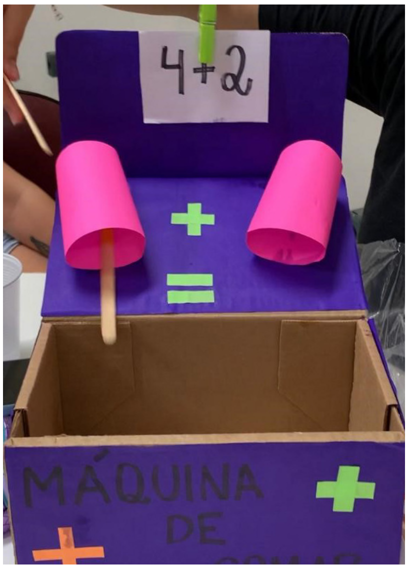
Fonte: Bigode e Frant (2011, p. 36).

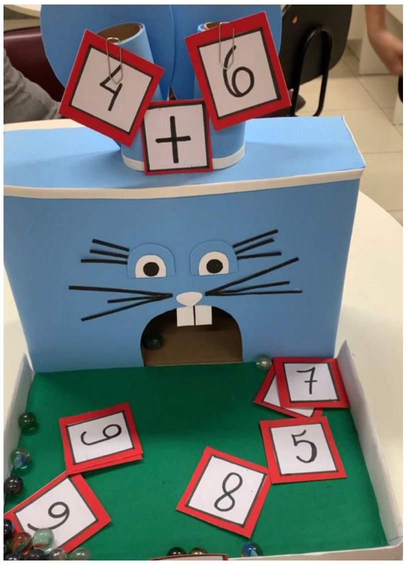
O procedimento é análogo usando o material dourado, uma vez que ambos os materiais possuem a mesma estrutura. Para saber como se faz adição, sem reserva, usando o material dourado clique no link, a seguir, e assista ao vídeo: *Adição sem reagrupamento com material dourado*

E aí? Assistiu ao vídeo? Bem fácil, não é mesmo? E como será que seria calcular a adição, com reserva, usando o material dourado? Descubra você mesmo!!!

Brinquedos, jogos e materiais manipulativos

É possível criar jogos e brinquedos incríveis usando materiais alternativos ou de baixo custo que você já tem em casa. Ao utilizar tampinhas, caixas, palitos e outros materiais manipuláveis, as crianças podem praticar a adição de forma lúdica, proporcionando diversão e aprendizado ao mesmo tempo. Veja alguns exemplos desses recursos, a seguir, confeccionados em contextos de formação de professores. Destacamos que tais recursos podem ser adaptados para as outras operações.





Fonte: Arquivo pessoal da autora

11. Ensino de subtração: conceitos e procedimentos de cálculo

Autora: Silvana Claudia dos Santos

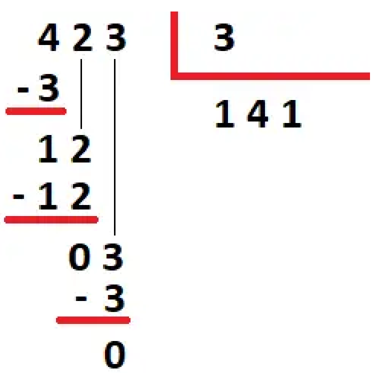
Objetivos:

- Apresentar e discutir sobre as ideias associadas à subtração;
- Apresentar alguns procedimentos para o cálculo de subtração;
- Propor estratégias didáticas para o ensino de subtração nos anos iniciais do Ensino Fundamental.

1. O conceito de subtração

O que você sabe sobre subtração? Você se lembra como lhe ensinaram essa operação? Como conseguiu aprender? Você já teve que ensinar subtração para alguma criança? Você já teve ou tem alguma "dificuldade" com essa operação? Quais significados podem ser atribuídos à operação de subtração? Vamos fazer uma pausa para pensar e registrar. Produza uma lista **verbos que podem ser associados à subtração** e elabore uma frase com cada um deles:

Desde muito cedo, vivenciamos situações de natureza subtrativa. A subtração consiste em uma operação importante para a compreensão de ideias que envolvem as ações de **tirar, completar e comparar pela diferença**. A falta de habilidade para subtrair pode prejudicar, por exemplo, o entendimento do algoritmo e da técnica de divisão conhecida como **método longo** (BIGODE; FRANT, 2011), ilustrada na imagem a seguir:



Fonte: *Saber Matemática*

Segundo Bigode e Frant (2011), estudos indicam que um dos grandes “nós” do ensino da subtração está relacionado à pouca exposição dos alunos às ideias subtrativas, ou seja, ao significado dessa operação e não apenas aos modos de calcular. Nesse sentido, acreditamos que torna-se necessário reconhecer as situações de natureza subtrativa antes de partir para as técnicas operatórias. Além disso, os autores comentam que a introdução do estudo da subtração sem que os alunos tenham dominado a estrutura do SND e sem que consigam resolver adições simples também pode gerar dificuldades para compreendê-la.

É muito comum serem propostas às crianças problemas do tipo: "*Joana tinha 12 lápis de cor e perdeu 3. Com quantos lápis de cor ela ficou?*" Problemas desse tipo estão relacionados à ideia de tirar. Tal ideia consiste na forma mais recorrente, simples e imediata quando se pensa nas situações subtrativas. Contudo, ela não é a única e outras ideias mais complexas precisam ser trabalhadas com as crianças de modo a enriquecer o seu repertório relativo a esta operação, bem como colaborar com o desenvolvimento de habilidades para resolver problemas.

Diante disso, Bigode e Frant (2011) explicam que há uma gradação no nível de dificuldade dos problemas aritméticos. Torna-se importante levar em conta esta gradação e propor atividades que explorem as três ideias da subtração: tirar, completar e comparar pela diferença. Os alunos precisam se familiarizar com esses três modos de compreender a subtração para dominar os conceitos e procedimentos desta operação aritmética. Para tanto, considere que:

tirar → é mais fácil que → **completar**

tirar e **completar** → são mais fáceis que → **comparar pela diferença**

Vamos refletir! Você já deve ter vivenciado situações em que as crianças tiveram que resolver problemas do tipo: "*Ana tem 7 carrinhos. Luisa tem 12. Quantos carrinhos Luisa tem a mais que Ana?*" Esse é um problema de subtração no qual está presente a ideia de comparar pela diferença. Para descobrir a resposta, torna-se necessário calcular 12-7 e, assim, teremos a diferença 5. Contudo, você já deve ter percebido que algumas crianças, ao se depararem com a expressão "a mais", tendem a acreditar que se trata de um problema de adição. Esse é um exemplo de como a ideia de comparar pela diferença pode se mostrar mais complexa do que a ideia de tirar, por exemplo. Daí a importância de se diversificar os problemas abordando as diferentes ideias associadas ao conceito de subtração.

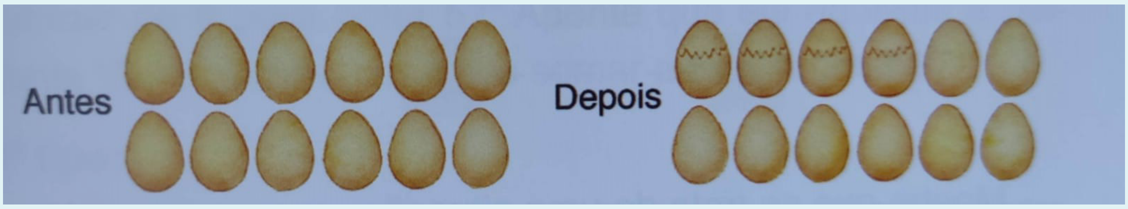
Antes de falar sobre as estratégias de cálculo para resolver situações subtrativas, vamos refletir sobre sua prática no contexto onde atua! Quais desafios você enfrenta/enfrentou para ensinar e aprender subtração? Como você ensina essa operação? Você trabalha essas três ideias? E sobre os procedimentos de cálculo? Quais estratégias você utiliza para ensinar a calcular a subtração? E como os alunos reagem diante dessas estratégias? Reflita e registre.

Sugestões para trabalhar o conceito de subtração

Trabalhe com as três ideias da subtração

Ideia de tirar: nos problemas que envolvem a ideia de tirar temos uma determinada quantidade que passa por uma transformação (tirar, perder, vender, quebrar, emprestar etc) e desejamos saber o quanto restou. Uma sugestão é: ao propor esse tipo de problema, use cores diferentes para ilustrar a transformação que ocorre. A seguir, apresentamos um exemplo que ilustra a ideia de tirar em situações-problema:

- Dona Benta comprou uma dúzia de ovos e usou 4 para fazer um bolo. Quantos restaram?



Fonte: Bigode e Frant (2011, p. 43).

Ideia de completar: em problemas que envolvem a ideia de completar temos uma determinada quantidade e desejamos saber **quanto falta** para completar um todo. A seguir, apresentamos um exemplo que ilustra a ideia de completar em situações-problema:

- Alice tem R$ 5,00 para comprar uma bola que custa R$ 9,00. De quantos reais ela precisa para completar a quantia?

Desenhe na lousa a quantidade de moedas que Alice tem; desenhe moedas adicionais, em outra cor, até chegar ao valor necessário. Depois, mostre que o problema pode ser resolvido tanto com a subtração 9 - 5 = ? quanto com soma: 5

Fonte: Bigode e Frant (2011, p. 43).

Ideia de comparar: em problemas que envolvem a ideia de comparar pela diferença podemos ter duas coleções ou medidas com quantidades distintas em cada uma. Nesse caso, interessa-nos comparar pela diferença, ou seja, queremos descobrir quanto cada coleção ou medida possui a mais ou a menos do que a outra. Por exemplo: "Pedro tem 4 carrinhos e André tem 2. Quantos carrinhos Pedro tem a mais que André?" Observe a imagem, a seguir, para visualizar essa situação-problema:

Fonte: Bigode e Frant (2011, p. 41)

Situações deste tipo também poderiam ser apresentadas do seguinte modo: "Pedro tem 4 anos de idade e André tem 2. Quantos anos Pedro tem a mais que André?" Nesse caso, estamos lidando não mais com quantidades, mas com medidas.

Vamos praticar?

Atividades

1) Elabore um problema para cada uma das três ideias de subtração. Lembre-se que quanto mais próximo do contexto de seus alunos, mais engajados na resolução dos problemas propostos, eles poderão se mostrar.

Ideias de subtração	Enunciado do problema
Tirar	
Completar	
Comparar pela diferença	

2) Leia as situações-problema, a seguir, e determine a ideia de subtração presente em cada uma delas:

a) Lica tem 9 adesivos e Bete tem 5. Quantos adesivos Lica tem a mais que Bete?

---

b) Dudu tem 8 adesivos, mas devia 3 para Tina. Com quantas adesivos Dudu ficou após pagar os adesivos de Tina?

---

c) Tuco decidiu montar um álbum com seus adesivos favoritos. Nele há espaço para 50 adesivos. Se ele já possui 27 adesivos diferentes, quantos faltam para completar seu álbum?

---

d) Cacá tem 13 adesivos. Pepê tem 9. Quantos adesivos Pepê tem a menos que Cacá?

---

e) Lisa gosta de trocar os adesivos repetidos com os colegas. Ela tem 28 adesivos ao todo, mas destes 7 são repetidos. Quantos adesivos diferentes Lisa tem?

---

2. O cálculo da subtração

No que se refere aos procedimentos de cálculo da subtração, as crianças conseguem concretizar mais facilmente as ideias que envolvem ações de retirar, perder ou quebrar, já que todas essas significam tirar. Você deve observar seus registros, para saber que representações elas utilizam para expressar e resolver problemas dessa natureza. Logo nos primeiros anos de escolaridade, a criança precisa desenvolver estratégias de cálculo mental ou escrito para resolver problemas.

De acordo com Bigode e Frant (2011), depois de as crianças terem se familiarizado com as ideias de subtração, o desafio é fazer as contas. Elas têm dificuldades quando operam quantidades acima de 20 unidades. Quantidades acima de 20 são mais difíceis de serem visualizadas ou construídas na imaginação. O cálculo mental nos anos iniciais ainda está sendo desenvolvido.

Outro desafio é que na subtração não podemos aplicar a **propriedade comutativa**. Você sabe o que é a propriedade comutativa? Na adição, essa propriedade nos permite verificar que 5 + 4 = 4 + 5, por exemplo, pois ambas as operações têm o mesmo resultado e o mesmo significado. Contudo na subtração, ao pensarem de forma análoga à adição, fazendo 12 - 5 = 5 - 12, por exemplo, ficam confusas, pois estão subtraindo um número maior de outro menor. Num jogo significa perder mais do que se tem.

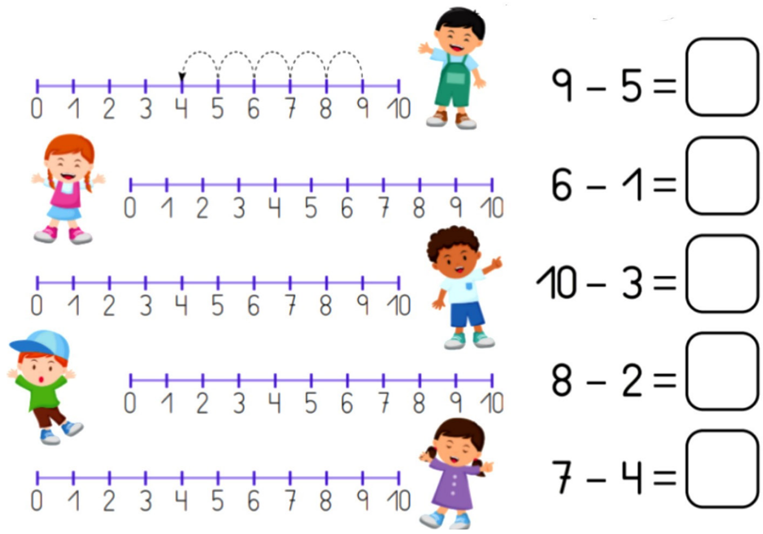
O algoritmo da decomposição, comumente chamada de técnica do "empréstimo", também pode ser difícil de ser compreendida. Mesmo quando entendem o "empresta um", alguns erram na espacialização da conta, não posicionando de maneira correta as colunas de unidades, dezenas e centenas.

Por tudo isso, devemos reforçar o trabalho com o cálculo mental, lembrar das características do SND (principalmente do valor posicional dos algarismos) e oferecer aos alunos situações significativas e desafiadoras em que a subtração faça sentido para eles.

Sugestões para trabalhar o cálculo de subtração

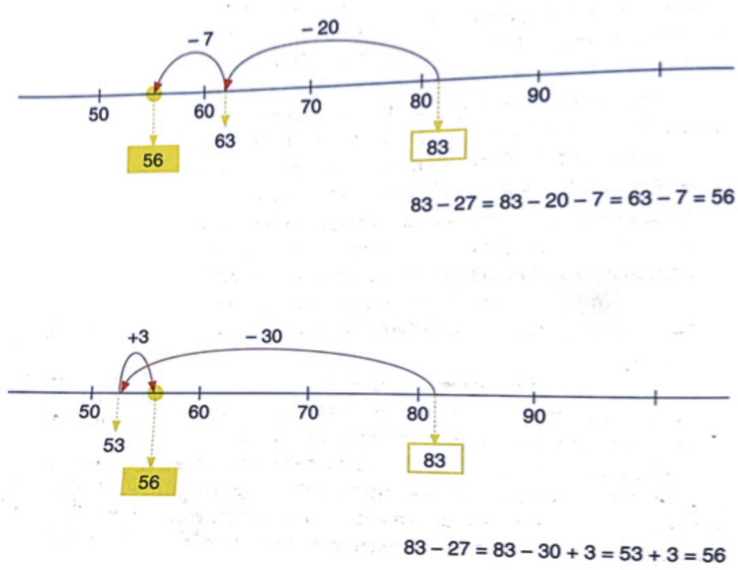
A reta numérica

De acordo com Bigode e Frant (2011), o uso da reta numérica como estratégia de cálculo da subtração pode auxiliar no cálculo mental e contribuir na visualização, registro e justificativa em relação ao que estão fazendo, além de destacar a ideia de completar. A seguir, apresentamos algumas subtrações simples que se apóiam na reta numérica para serem calculadas:



Fonte: *Blog Educação e Transformação*

Outras duas variações de uso da reta numérica são apresentadas por Bigode e Frant (2011, p. 53) para o cálculo da subtração 83 - 27. Observe a seguir:



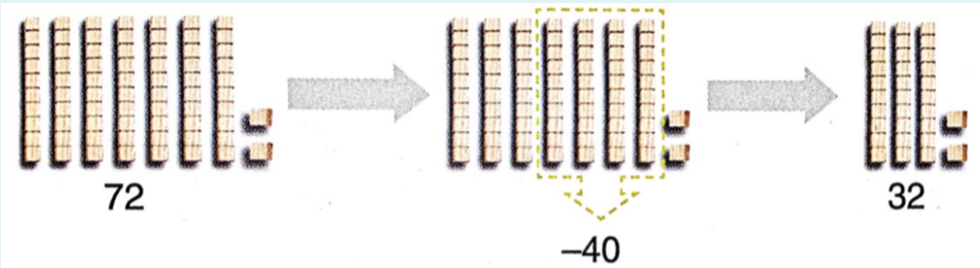
Fonte: Bigode e Frant (2011, p. 53).

Como você vê, ambas utilizam o recurso de fazer subtrações parciais de dezenas completas (por exemplo, no primeiro caso, consideramos que diminuir 27 é o mesmo que diminuir 20 e, depois, diminuir 7; no segundo caso, diminuir 27 é o mesmo que diminuir 30 e, depois, somar 3). Você pode mostrar como essas duas variações são usadas na reta e, depois, apresentar a conta.

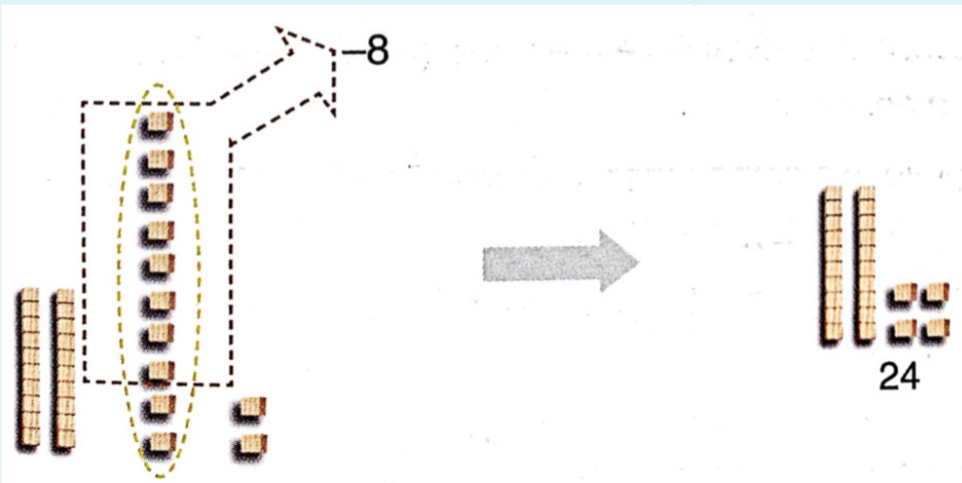
O material dourado

Assim como o ábaco, o material dourado consiste em um recurso muito presente nas escolas e são muito eficazes para a introdução de cálculos das operações aritméticas. Esses materiais podem ajudar as crianças a compreenderem as etapas de desagrupamento de forma experimental e concreta. Veja, a seguir, como Bigode e Frant (2011, p. 53) propõem calcular 72 - 48 usando o material dourado:

[...] forme o 72 juntando 7 barras e 2 cubinhos. Como cada barrinha representa 1 dezena, podemos subtrair 4 dezenas (4 barrinhas) do 48, das 7 dezenas do 72. Mostre aos alunos que essa operação pode ser representada por 72 - 40 = 32.



Contudo, ainda é preciso tirar 8 unidades, e só dispomos de 2 cubinhos. Explique que é necessário desagrupar uma dezena, trocando 1 barra por 10 cubinhos. Depois disso é possível retirar as 8 unidades das 12 unidades, chegando ao resultado final 24.



Fonte: Bigode e Frant (2011, p. 53).

O procedimento é o mesmo para o uso do ábaco. O uso desses materiais pode favorecer a compreensão do algoritmo convencional (algoritmo da decomposição) quando houver a necessidade de desagrupamento ("empresta um") e evitar a ocorrência de erros.

Vamos praticar?

Atividades

1) Analise os erros cometidos nas subtrações, a seguir, e responda às questões:

a) $\begin{array}{r} 640 \\ -\,429 \\ \hline 229 \end{array}$ b) $\begin{array}{r} 358 \\ -\,209 \\ \hline 159 \end{array}$ c) $\begin{array}{r} 500 \\ -\,248 \\ \hline 362 \end{array}$ d) $\begin{array}{r} 306 \\ -\,175 \\ \hline 201 \end{array}$ e) $\begin{array}{r} 512 \\ -\,248 \\ \hline 336 \end{array}$ f) $\begin{array}{r} 640 \\ -\,429 \\ \hline 221 \end{array}$

a) Quais erros foram cometidos em cada um dos cálculos?

b) O que você acha que pode ter ocorrido para que os alunos cometessem esses erros?

c) Se fossem seus alunos, que intervenções didáticas você faria?

d) Qual papel você atribui aos erros cometidos pelos alunos em matemática?

2) Leia o problema proposto a estudantes dos anos iniciais do Ensino Fundamental, a seguir. Diferentes resoluções foram apresentadas por eles. Analise cada uma das resoluções e faça o que se pede:

Lucas tem R$ 150,00 e comprará um produto que custa R$ 245,00. Quantos reais faltam para Lucas comprar esse produto?

$$\text{a)}\ \begin{array}{r} 245{,}00 \\ +150{,}00 \\ \hline 395{,}00 \end{array} \qquad \text{b)}\ \begin{array}{r} 245{,}00 \\ -150{,}00 \\ \hline 115{,}00 \end{array} \qquad \text{c)}\ \begin{array}{r} 245{,}00 \\ -150{,}00 \\ \hline 095{,}00 \end{array} \qquad \text{d)}\ \begin{array}{r} 150{,}00 \\ -\ 245{,}00 \\ \hline 110{,}00 \end{array}$$

a) Identifique e explique os erros no processo de resolução do problema, analisando cada uma delas.

b) Como você resolveria o problema usando o material dourado ou o ábaco? Você pode fazer desenhos para registrar a sua resposta.

12. Ensino de multiplicação: conceitos e procedimentos de cálculo

Autora: Silvana Claudia dos Santos

Objetivos:

- Explicitar as ideias que envolvem a operação de multiplicação;
- Apresentar alguns procedimentos para calcular a multiplicação;
- Propor estratégias didáticas para o ensino de multiplicação em sala de aula.

1. O conceito de multiplicação

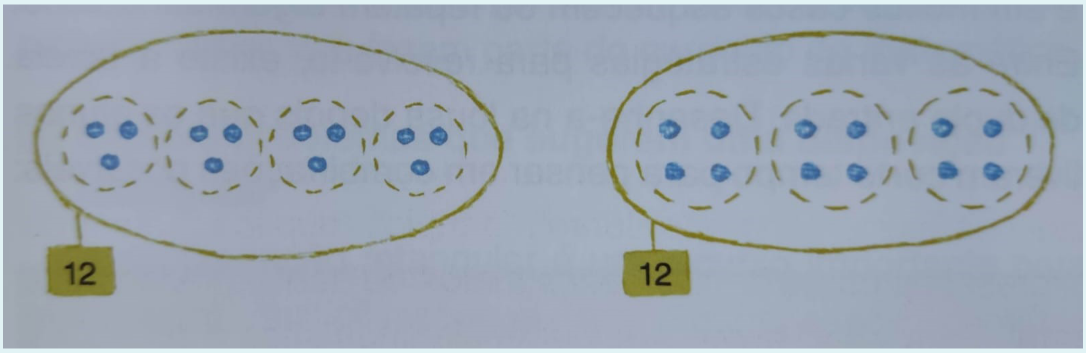
Bigode e Frant (2011) explicam que a multiplicação surge em nossas vidas antes mesmo de sabermos realizar a operação aritmética em si. Isso ocorre, segundo eles, porque a multiplicação faz parte da nossa linguagem quando, por exemplo, usamos termos como "o dobro", "o triplo", "duplicar", além de expressões como "tantas vezes maior" ou ''tantas vezes mais caro". Tal experiência linguística, para os autores, e as ações que ela expressa se traduzem em uma das ideias da multiplicação que é a **soma de parcelas iguais**.

Essa operação mostra-se importante tanto no dia a dia quanto na escola e está na base de muitos conceitos fundamentais. Multiplicamos para calcular, por exemplo, o valor de uma quantidade de produtos com o mesmo preço, a área de um retângulo (a qual é determinada multiplicando o comprimento pela largura), o volume de um bloco retangular (que é obtido multiplicando-se comprimento, largura e altura) (BIGODE; FRANT, 2011).

Se pararmos para pensar, até mesmo o nosso sistema de numeração decimal possui como uma de suas características o princípio multiplicativo. O que isso quer dizer? Quer dizer que o algarismo 8, por exemplo, quando encontra-se na posição da centena, significa literalmente oito centos, ou seja, oito vezes o cem; quando esse mesmo algarismo encontra-se na posição da dezena, temos oito vezes o dez; e, seguindo o mesmo raciocínio, se ele ocupa a posição da unidade, logo temos oito vezes um. Além disso, podemos também citar outros conceitos matemáticos básicos em que a multiplicação está presente, como no algoritmo da divisão e no estudo de conceitos como múltiplos, potências e proporções, por exemplo.

Bigode e Frant (2011), evidenciam que há dois tipos de problemas multiplicativos: os que envolvem **repetições sucessivas** (soma de parcelas iguais) e os que envolvem **combinação**. De acordo com esses autores, os do primeiro tipo são mais frequentes nos livros didáticos e são resolvidos facilmente pelos alunos. Por outro lado, os problemas do segundo tipo (combinação) se mostram mais desafiadores para os estudantes. Em se tratando de situações multiplicativas, um desafio para o ensino e aprendizagem se refere à **propriedade comutativa**. Já falamos dessa propriedade anteriormente, lembra? Quem nunca ouviu aquela expressão do cotidiano: "a ordem dos fatores não altera o produto"? Pois é, o produto é o resultado de uma multiplicação. Assim, essa é uma expressão que nasce da apropriação da propriedade de comutativa em nossa linguagem. Cabe destacar que essa propriedade também é válida para a adição, como já mencionado neste material. Porém, ela não ocorre na subtração e na divisão, já que 7 - 2 é diferente de 2 - 7 e o resultado de 8 : 4 também não é o mesmo de 4 : 8.

As crianças, de um modo geral, não demonstram muitas dificuldades para perceberem que fazer 4 vezes o 3 dá o mesmo resultado de 3 vezes o 4. Mas, então, onde está o desafio para compreender a propriedade comutativa da multiplicação, mencionada por Bigode e Frant (2011)? Veja bem, embora numericamente esse não seja um problema, pois elas identificam rapidamente que se trata do mesmo resultado, dependendo do contexto podem ter significados bem distintos. Bigode e Frant (2011) afirmam que, por exemplo, 4 grupos com 3 membros cada não tem o mesmo significado de 3 grupos com 4 integrantes em cada um, embora o total de pessoas seja igual. Você concorda com os autores? Veja como eles explicam essa situação no quadro a seguir:



No primeiro caso (4 x 3), o 4 é o multiplicador e o cardinal do conjunto de equipes e indica quantas vezes se deve somar o 3; enquanto o 3 é o multiplicando e o cardinal de cada equipe. No segundo caso (3 x 4) , o 3 é o multiplicador e indica quantas vezes se deve somar o 4, que é o multiplicando. Assim, você deve trabalhar as diferenças de significado de situações como essas, apesar de o resultado ser o mesmo.

Fonte: Bigode e Frant (2011, p. 57).

Outro cuidado que devemos ter, quando estamos abordando o conceito, contextos e significados da multiplicação, consiste em não limitar o ensino à ideia de soma de parcelas iguais, embora essa seja uma noção muito importante para a compreensão desta operação. Bigode e Frant (2011) alertam que como a multiplicação costuma ser introduzida como soma de parcelas iguais, é comum os alunos resolverem problemas deste tipo com facilidade. Como exemplo, os autores citam que não é difícil, sobretudo se a ela for dada a oportunidade de utilizar materiais manipulativos, também ditos concretos, que o número de rodas de 3 carrinhos corresponde ao resultado de 3 vezes 4. Eles podem elaborar esse raciocínio, manipulando os carrinhos, desenhando e contando. Apesar de os alunos serem bem sucedidos na resolução deste tipo de problema, restringir o ensino do aspecto conceitual da multiplicação a essas situações "[...] pode empobrecer a aprendizagem" (BIGODE; FRANT, 2011, p. 57). Observe outros tipos de problemas multiplicativos, para serem trabalhados em sala de aula no processo de alfabetização matemática, que podem ampliar as perspectivas dos alunos quanto ao significado desta operação e potencializar a aprendizagem.

> "A idade de Joana é o triplo da idade de seu irmão que fez 3 anos", o recurso ao desenho não é tão natural. Não é difícil somar 3 + 3 + 3 = 9 para encontrar a idade de Joana; ocorre, no entanto, que "3 anos" não é um objeto, algo "concreto" como as rodas de um carrinho. Os alunos não têm tanto sucesso nesse tipo de problema. Por isso, convém explorar uma diversidade de ideias, representações e contextos de natureza multiplicativa [...]. (BIGODE; FRANT, 2011, p. 57).

Vamos praticar?

Atividades

1) Leia as situações-problemas, a seguir, e indique a ideia de multiplicação presente em cada uma delas:

a) Bento é um ótimo doceiro e resolveu fazer doces para vender. Ele montou 5 caixas com 8 bombons de morango e 3 caixas com 8 bombons de uva. Quantos bombons de morango e de uva ele poderá vender?

b) Em uma sorveteria são servidos sorvetes de 8 sabores diferentes. Eles podem ser servidos no copo ou no palito. Quantos tipos de sorvete podem ser servidos sem misturar os sabores?

c) Em um pacote de balas, contendo 10 unidades, o peso líquido é de 49 gramas. Em 5 pacotes teremos quantos gramas?

d) Uma médica atende, em média, 15 pacientes por dia em seu consultório. Se ela trabalhar de segunda a sexta no consultório, quantos atendimentos a médica poderá fazer em uma semana?

Sugestões para trabalhar o conceito de multiplicação

Proponha problemas de combinação

Muitas vezes, ao longo do ensino da multiplicação, são priorizados problemas que envolvem a ideia de repetições sucessivas, ou seja, a multiplicação como soma de parcelas iguais. No entanto, a ideia de combinação também precisa ser explorada, uma vez que amplia a visão dos alunos sobre o que significa multiplicar. Nesse sentido, Bigode e Frant (2011), propõem que também se trabalhe esse tipo de problema. Além disso, eles discutem, a partir do exemplo a seguir, como abordar a ideia de combinação na sala de aula. Que tal entender como são propostos e como você pode explorar os problemas de combinação quando está ensinando multiplicação para seus alunos? Vamos lá!

- *Na cantina da escola, os alunos podem montar seus sanduíches combinando 3 tipos de pão com 4 tipos de recheio. Quantos sanduíches diferentes é possível montar?*

Você perceberá que, no geral, os alunos tentam resolver o problema listando combinações sem nenhuma organização, e em muitos casos esquecem ou repetem algum sanduíche. Entre as várias estratégias para resolvê-lo, existe a tabela de dupla entrada. Desenhe-a na lousa depois que os alunos tiveram certo tempo para pensar em combinações possíveis:

Recheio / Pão	Queijo	Presunto	Mortadela	Salame
Pão Francês	Pão francês com queijo	Pão francês com presunto	Pão francês com mortadela	Pão francês com salame
Pão de forma	Pão de forma com queijo	Pão de forma com presunto	Pão de forma com mortadela	Pão de forma com salame
Bisnaga	Bisnaga com queijo	Bisnaga com presunto	Bisnaga com mortadela	Bisnaga com salame

É importante mostrar a eles que a tabela de dupla entrada ajuda a organizar as diferentes combinações possíveis para o problema, pois ela destaca os tipos de pão (3) e de recheio (4), auxiliando a formular a multiplicação 3 x 4.
Com a tabela montada, faça perguntas como: "Para cada tipo de pão, temos quantos sanduíches?" A resposta deve ser 4. Como são 3 tipos de pão, temos 3 x 4 = 12 sanduíches. Para explorar a multiplicação 4 x 3, você pode questionar: "Para cada recheio, temos quantos sanduíches?" A resposta deve ser 3. Como são 4 tipos de recheio, temos 4 x 3 = 12 sanduíches.

Fonte: Bigode e Frant (2011, p. 58).

E aí? O que achou dessa estratégia para resolver problemas de multiplicação que envolvem a ideia de combinação? Outra sugestão, segundo Bigode e Frant (2011), consiste em dispor as combinações em um diagrama de árvore. Você conhece esse tipo de diagrama?

Saiba mais!

Clique nos links, a seguir, e assista a dois vídeos com exemplos de problemas de combinação que foram resolvidos usando o **diagrama de árvore**, também conhecido como **árvore de possibilidades**:

- *Lista de Exercícios - Árvore de Possibilidades*
- *Diagrama de Árvore ou Árvore de Probabilidades - Professora Angela*

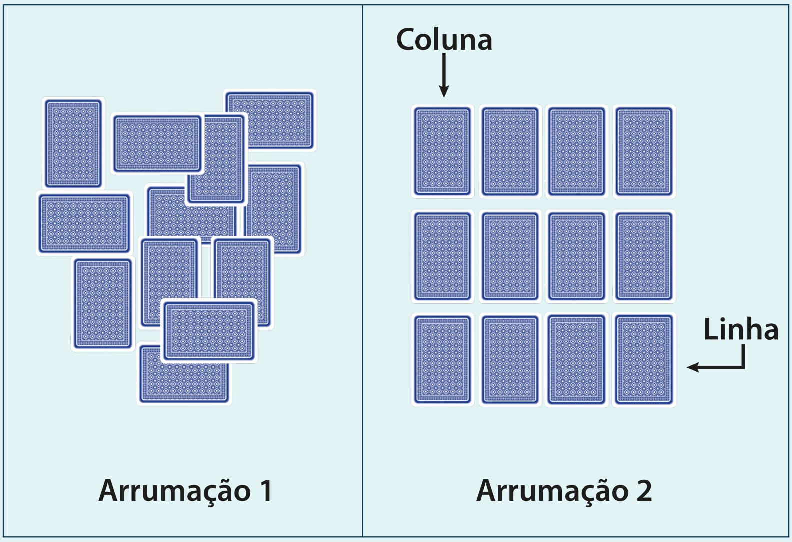
Nossos autores de referência, Bigode e Frant (2011), comentam que problemas que abordam a ideia de combinação tendem a ser mais complexos para os alunos. Sendo assim, eles devem ser trabalhados, uma vez que são importantes para consolidar a base para o trabalho sobre tópicos de probabilidades que compõem o currículo da Educação Básica. Diante disso, não podem ser deixados de lado nos anos iniciais do Ensino Fundamental.

Explore a disposição retangular

Alguns autores apresentam a disposição retangular da multiplicação como mais uma das ideias dessa operação. Outros a entendem como uma representação (geométrica) dessa operação. Bigode e Frant (2011, p. 59) acreditam que "A configuração retangular é um recurso importante para representar multiplicações e, em alguns casos, contribui para a compreensão do algoritmo dessa operação". Para ilustrar como a disposição retangular pode ser abordada em sala de aula, os autores apresentam as seguintes orientações:

Mostre à turma as cartas abaixo. Pergunte em qual das arrumações é mais fácil determinar o número de cartas. Ouça as justificativas das crianças e, em seguida, você pode perguntar: "Na arrumação 2, é possível determinar o número de cartas sem contar uma a uma?" Explore o número de cartas multiplicando, por exemplo, o número de linhas pelo número de colunas, ou seja, 3 x 4. Nesse caso, mostre que também se pode multiplicar o número de colunas pelo número de linhas, ou seja, 4 x 3.

Mostre à turma as cartas abaixo. Pergunte em qual das arrumações é mais fácil determinar o número de cartas. Ouça as justificativas das crianças e, em seguida, você pode perguntar: "Na arrumação 2, é possível determinar o número de cartas sem contar uma a uma?" Explore o número de cartas multiplicando, por exemplo, o número de linhas pelo número de colunas, ou seja, 3 x 4. Nesse caso, mostre que também se pode multiplicar o número de colunas pelo número de linhas, ou seja, 4 x 3.



Fonte: Bigode e Frant (2011, p. 59).

Os autores argumentam que essa representação pode auxiliar no emprego do algoritmo convencional e na aprendizagem de conceitos de área em geometria. Além disso, torna-se importante o trabalho com a disposição retangular, porque pode contribuir para o entendimento das propriedades comutativa e distributiva da multiplicação. Opa, mas espera aí um pouco! O que é mesmo a **propriedade distributiva**? Desta propriedade nós não falamos ainda, não é mesmo? Vejamos um exemplo: para multiplicarmos 2 x 34, podemos aplicar a propriedade distributiva e teremos: **2 x 34 = 2 x (30 + 4) = (2 x 30) + (2 x 4) = 60 + 8 = 68**. Lembrou? Então, vamos em frente…

Trabalhe com problemas reais

Como já mencionamos em outros momentos deste material, é fundamental que os problemas envolvendo as operações aritméticas abordem contextos próximos à realidade dos estudantes, quer dizer, que sejam do repertório da turma. Essa estratégia metodológica pode contribuir para a compreensão das informações presentes nas situações, para identificar os dados essenciais à resolução dos problemas, para escolher a estratégia mais adequada, bem como para despertar o interesse dos estudantes em relação ao conteúdo. A seguir, apresentamos alguns problemas da realidade, os quais são de natureza multiplicativa.

- Se 1 litro de suco serve 4 copos, quanto copos dá para servir com 5 litros?
- Se 3 pacotes de figurinhas custam R$ 2,00, quanto custam 6 pacotes?
- Se cada pacote tem 5 figurinhas, quantas figurinhas existem em 3 pacotes?

Outro exemplo, um pouco mais elaborado:

- Joca está brincando com sua calculadora. Ele teclou um número, em seguida o dobrou, para depois multiplicar o resultado por 5. Apareceu o número 70 no visor. Que número Joca havia teclado no início?

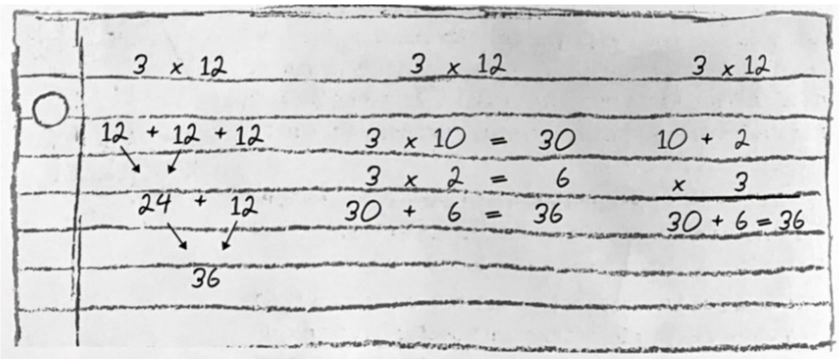
Fonte: Bigode e Frant (2011, p. 61).

Que outros problemas reais podem ser propostos para as crianças envolvendo a operação de multiplicação? Que contextos específicos dos seus alunos podem ser considerados na proposição de problemas próximos da realidade deles? Outra estratégia interessante e que precisa ser incentivada é encorajar os estudantes a elaborarem problemas a partir de informações dadas ou a partir da leitura da própria realidade. Deste modo, estaremos dando a oportunidade de os alunos fazerem uso da matemática para ler, compreender e agir no mundo real de forma crítica e analítica. Vamos tentar? Tente fazer isso em sua sala de aula! Depois você me conta…

2. O cálculo da multiplicação

Como já vimos nos capítulos anteriores, muitos dos desafios enfrentados pelos alunos em relação ao cálculo da multiplicação, pode estar relacionado ao aspecto conceitual da operação. Veja bem, se uma criança não compreendeu as ideias da multiplicação, se ela não consegue reconhecer uma situação de natureza multiplicativa, possivelmente, ela terá problemas para aplicar as técnicas de cálculo. Após ter sido consolidada a aprendizagem dos conceitos, torna-se necessário apresentar uma variedade de estratégias de cálculo. Mas, por que uma variedade de estratégias? O ensino de uma técnica operatória para o cálculo da multiplicação não seria suficiente? Considerando o que já estudamos até aqui, reflita e registre sobre como você acredita que deveria ser o ensino do cálculo da multiplicação.

Após ter refletido sobre o porquê explorar diferentes estratégias de cálculo da multiplicação, observe três formas diferentes de resolver a multiplicação 3 x 12, a seguir:

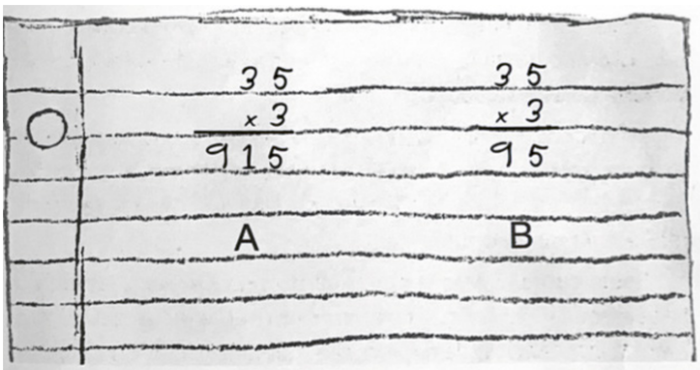


Bigode e Frant (2011, p. 64)

Nas três estratégias apresentadas, o processo e o resultado estão corretos e é possível percebermos que há diferentes modos para resolver uma mesma operação. A questão é que, por vezes, são impostas alguns modos de resolução de operações a partir do momento que ensinamos apenas de um jeito e não de outros. Essas escolhas podem limitar o pensamento de nossos alunos. Além disso, precisamos considerar que as pessoas nem sempre vão aprender da mesma forma e, por isso, promover diferentes experiências de cálculo pode favorecer a aprendizagem e incentivar o pensamento crítico e criativo no âmbito da alfabetização matemática.

Segundo Bigode e Frant (2011, p. 65, grifo dos autores), professores indicam que as técnicas de cálculo da multiplicação consistem em um importante desafio para a aprendizagem dos alunos dos primeiros anos escolares. Para esses autores, "A raiz desse "nó" está relacionada com o **conceito da multiplicação**, com as propriedades aritméticas das operações multiplicativas e com a aplicação incorreta do algoritmo clássico [convencional]".

Nos cálculos da multiplicação 3 x 35, realizados por meio do algoritmo convencional, Bigode e Frant (2011) ilustram, mais a frente, alguns desafios com os quais as crianças se deparam. Para os autores, tais erros podem estar relacionados a metodologias de ensino que privilegiam a técnica, o cálculo mecanizado e que negligenciam a abordagem das propriedades aritméticas. Eles explicam, ainda, que erros de multiplicação podem estar associados a motivos diversos, tais como: desconhecimento das propriedades, falta de sentido, dentre outros. Pare um pouco e vamos fazer um exercício analítico! Analise os cálculos a seguir e responda: o que pode ter levado um aluno a cometer esses erros?



Bigode e Frant (2011, p. 65)

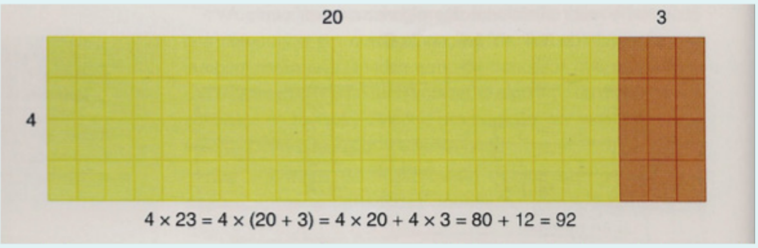
Como foi possível observar, no cálculo A o aluno descuidou-se com o valor posicional dos algarismos e no cálculo B ocorreu o esquecimento do "vai um", ou seja o aluno não transformou as 10 unidades em 1 dezena para que pudesse ter sido somada após ter feito 3 x 3. Esses são erros muito comuns ao longo dos processos de ensino e aprendizagem da multiplicação. Tais erros evidenciam que é necessário realizar um trabalho criterioso acerca do sistema de numeração decimal. Além disso, esse exemplo ilustra como o ensino e a aprendizagem são processos que não se dão de forma linear, uma vez que noções já exploradas precisam ser retomadas frequentemente ao longo dos anos iniciais do Ensino Fundamental. Essa constatação reforça, como já discutimos, que a alfabetização matemática não se trata de um momento pontual do processo de escolarização.

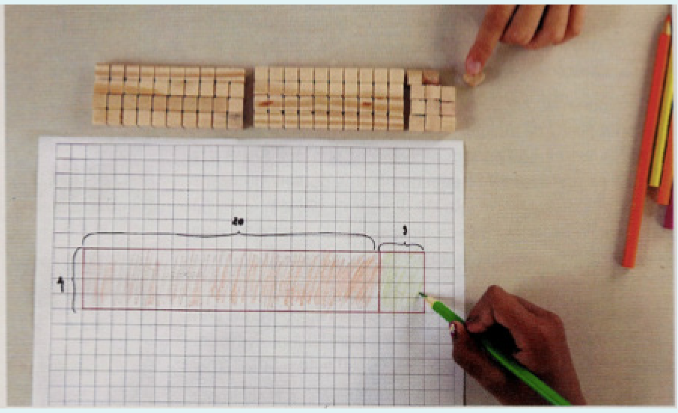
Sugestões para trabalhar o cálculo de multiplicação

Trabalhe a configuração retangular

Reconhecendo a importância de se trabalhar com a representação da multiplicação como disposição retangular, torna-se necessário pensarmos como explorá-la na hora de fazer os cálculos. Para tanto, proponha o uso do papel quadriculado associado ao uso do material dourado, conforme nos explicam Bigode e Frant (2011), no quadro a seguir:

Desenhe na lousa o quadro abaixo e mostre como calcular 4 x 23 decompondo o número 23 (como a soma de 20 + 3) e a distribuição da multiplicação entre essa soma.



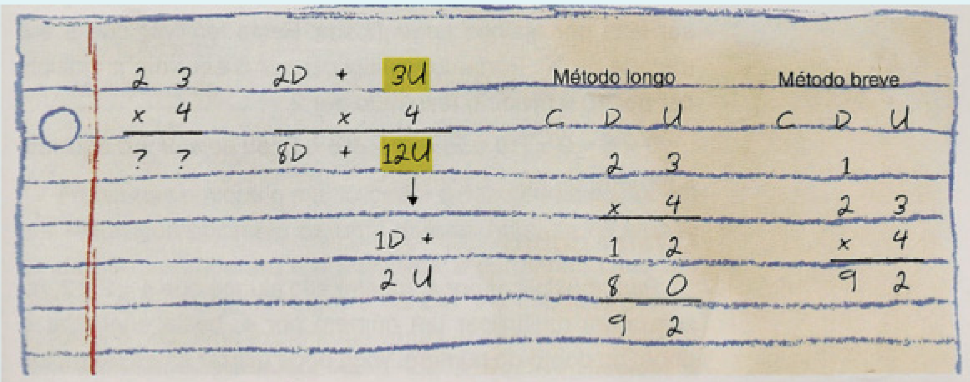


O papel quadriculado é um recurso didático excelente para trabalhar vários conceitos matemáticos, como a multiplicação. O material dourado pode ser utilizado como complemento ao trabalho com a configuração retangular que se faz no papel quadriculado.

Fonte: Bigode e Frant (2011, p. 66)

Apresente o algoritmo por etapas

Em qualquer uma das operações aritméticas o uso de algoritmos para a realização do cálculo ainda é muito marcante. Trata-se de um procedimento legítimo e se configura como um grande avanço no ensino e aprendizagem de operações aritméticas. Contudo, o ensino não deve ser reduzido a eles, pois como já mencionamos, há muitos outros modos de explorar o cálculo das operações. Mas, por isso, podemos abandonar os algoritmos como procedimento de cálculo? De forma alguma! Esse procedimento carrega um forma sistemática e organizada de pensamento fundamental para a apropriação das operações. Nesse aspecto, precisamos garantir que os alunos utilizem os algoritmos compreendendo todo o processo e não apenas o empregue de forma mecanizada e sem significado. Diante disso, Bigode e Frant (2011) sugerem que para se chegar a uma abstração do algoritmo da multiplicação, por exemplo, que esse processo se dê de forma gradativa e por etapas, por meio dos métodos longo e breve. Observe a discussão que esses autores fazem no quadro a seguir:



Muitos professores se questionam sobre o que fazer: ensinar direto o método breve ou método longo. O recomendável é que os alunos tenham oportunidades de resolver multiplicações por meio dessas várias estratégias. A sistematização deve ser feita de modo gradativo, passando pelas etapas aqui ilustradas. **Ir direto para o método breve não é recomendável**, pois mesmo adultos, quando não têm habilidades de cálculo mental, encontram dificuldades em sua utilização.

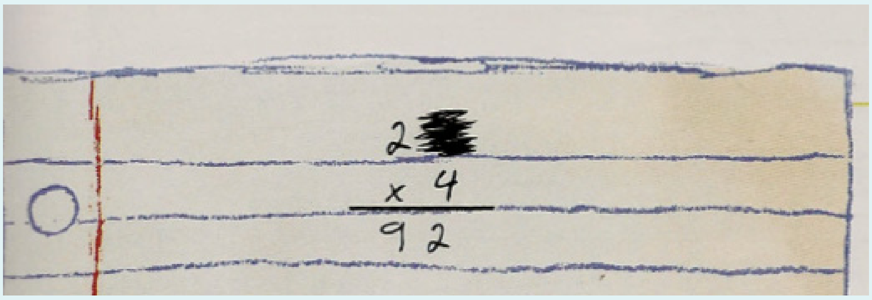
Fonte: Bigode e Frant (2011, p. 67, grifo nosso)

Proponha o uso da calculadora

De acordo com Berton e Itacarambi (2009), o surgimento da calculadora se confunde com o do computador. Para essas autoras, a calculadora, assim como outros recursos e tecnologias, foi desenvolvida para atender às necessidades de fazer cálculos e tem sua utilidade reconhecida fora da sala de aula. Contudo, por vezes, há dúvida em relação ao seu uso ou não em sala de aula, mesmo que até os currículos oficiais, pesquisas em educação matemática e livros didáticos já tenham validado a sua contribuição ao desenvolvimento do pensamento matemático. As autoras argumentam que há muitas possibilidades pedagógicas ao inserir a calculadora em sala de aula: libera tempo e energia gasto em operações repetitivas; permite resolver problemas reais; permite dar atenção ao significado dos dados e à situação descrita no problema; permite primazia do raciocínio qualitativo (criatividade e busca do novo) sobre o raciocínio quantitativo (rotina e repetição).

No que se refere ao cálculo de multiplicações, Bigode e Frant (2011) sugerem que sejam propostos problemas com contas com dígitos escondidos para serem resolvidos por meio do uso da calculadora. Veja o exemplo e reflita sobre a proposição dos autores apresentada no quadro a seguir:

"Seu Manuel vende cadernos a R$ 4,00. Ele calculou quanto receberá pela venda de certa quantidade de cadernos, mas um rabisco cobriu um dos algarismos. Descubra quantos cadernos seu Manuel vendeu."



Nesse caso, você pode informar aos alunos que eles precisarão avaliar as regularidades da tabuada do 4. Faça perguntas do tipo: "Que números, multiplicados por 4, dão como resultado um número cujo algarismo das unidades é o 2?" Os alunos podem consultar a tabuada do 4, da direita para a esquerda, para verificar que 3 x 4 = 12 e que 8 x 4 = 32, assim eles deverão concluir que o rabisco cobre um algarismo que pode ser o 3 ou o 8. Ao experimentar as duas possibilidades, irão verificar que seu Manuel vendeu 23 cadernos.

Fonte: Bigode e Frant (2011, p. 69, grifo dos autores)

Imaginamos que você já tenha visto ou trabalhado esse tipo de problema com seus alunos? O que você achou do uso da calculadora para esse tipo de situação? Você acha que a integração da calculadora, nesse caso, pode comprometer a aprendizagem? Qual seria o papel deste recurso aqui? Que outros usos possíveis podem ser feitos da calculadora em sala de aula? É muito instigante pensar que um recurso que já existe há tanto tempo e que muito já foi recomendado em sala de aula, ainda gere resistência por parte de professores e famílias, não é mesmo? Torna-se importante refletirmos sobre suas possibilidades e limites, além de buscarmos como podemos utilizar a calculadora de forma crítica e criativa no ensino e aprendizagem de matemática. Que tal tentar?

Um destaque que fazemos da exposição feita pelos autores, trata-se da orientação para que os alunos consultem a **tabuada da multiplicação**. Sim, eles podem fazer isso e é recomendável que façam! Essa é uma prática que poderá auxiliá-los no reconhecimento de regularidades da tabuada, bem como contribuir com a memorização. Ora, ninguém memoriza um número de celular, por exemplo, se não consultando várias vezes, não é mesmo? Haja vista que, com a presença das agendas eletrônicas, cada vez menos temos memorizado o contato de pessoas conhecidas, isso ocorre porque não precisamos mais consultar como fazíamos com as enormes e pesadas listas telefônicas impressas. Portanto, incentive seus alunos a fazer consultas, incluindo nisso, a tabuada, se deseja que eles a memorizem

Para finalizar esse capítulo, deixamos aqui duas sugestões de vídeos que apresentam estratégias muito interessantes e divertidas sobre como fazer multiplicações usando os dedos das mãos.

Clique nos links e assista quantas vezes quiser!!!

- *Multiplicação na confraternização | Rioeduca na TV – Fique ligado! - 3º Ano*
- *Tabuada de 6,7,8 e 9 com os dedos.*

13. Ensino de divisão: conceitos e procedimentos de cálculo

Autoras: Silvana Claudia dos Santos
Cristiane Oliveira Correia Fernandes

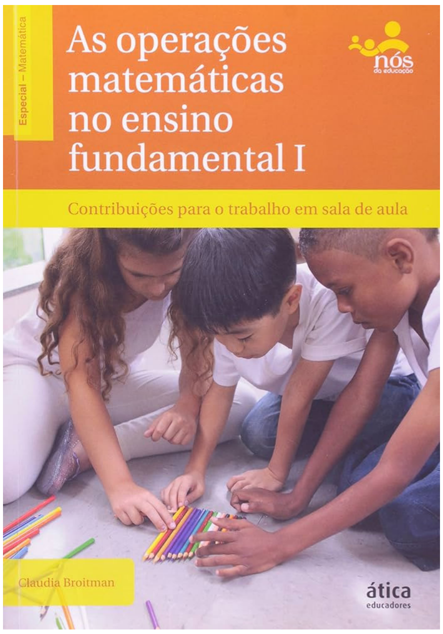
Objetivos:

- Apresentar e discutir as ideias da divisão e outros aspectos que envolvem o conceito dessa operação;
- Debater sobre algumas possibilidades para o ensino do cálculo da divisão;
- Refletir sobre o ensino e a aprendizagem da divisão nos primeiros anos escolares.

1. O conceito de divisão

A divisão deve ser introduzida por meio de suas ideias, assim como as outras operações. Este processo é iniciado bem antes de chegar a explorar, de maneira completa, esta operação. Dessa forma, o sinal convencional da divisão pode ser introduzido no 2º ano. No 3ª ano trabalhamos as estratégias de cálculo da divisão, no 4º ano é que haverá uma maior concentração nas técnicas operatórias e somente no 5º ano é que a divisão estará completamente explorada (BORBA; SMOLE; AMARAL, 2012).

No livro "As operações matemáticas no ensino fundamental I", publicado em 2011, Claudia Broitman questiona a ideia comum de que é necessário aprender cálculos antes de resolver problemas que envolvem operações matemáticas. Ela argumenta que resolver problemas é fundamental para entender as operações e que o aprendizado de cálculos pode acontecer durante esse processo.



> Esse posicionamento significa que, de um lado, as crianças estão em condições de resolver problemas antes de dominar os cálculos e, por outro, que é a partir dos problemas resolvidos que poderão ir ampliando esse domínio (BROITMAN, 2011, p. 84).

A divisão é considerada uma das operações mais desafiadoras para a aprendizagem das crianças. Além disso, muitos professores não se sentem seguros para ensiná-la. Um dos motivos pelos quais ela se torna tão desafiadora de se aprender é que, muitas vezes, esquecemos que há vários conceitos envolvidos na realização de uma divisão. Alguns aspectos importantes que estão relacionados ao conceito de divisão, e que precisam ser considerados ao longo do trabalho com essa operação, dizem respeito à natureza do que está sendo dividido e o significado do resto da divisão, no caso de uma divisão não exata.

Sempre que trabalhamos com problemas de divisão, torna-se importante ficar atento sobre o que está sendo dividido. Dependendo da natureza do número que está sendo dividido, e do sentido atribuído a ele, pode influenciar a resposta ao problema. Sendo assim, torna-se importante nos questionarmos: "o que estamos dividindo?", "qual é o contexto da situação-problema?". Quer dizer, não consiste apenas em identificar que se trata de um problema de divisão e realizar o cálculo a partir da adoção de um procedimento, mas também de refletir sobre o contexto da situação e sobre qual seria a resposta mais adequada à pergunta feita.

Diante disso, quando o que está sendo dividido compõe um **todo discreto**, não é admitido partes de um elemento desse todo. Para ilustrar essa noção, vejamos o seguinte exemplo:

> *"Uma turma da escola tem 13 crianças. A professora deseja formar 4 equipes. Quantas crianças terá em cada equipe?"*

Note que, nesse caso, o todo é discreto, pois se trata de crianças e a resposta precisa considerar que não faz sentido partes de uma criança. Assim, como podemos responder à pergunta: "*Quantas crianças terá em cada equipe?*", uma vez que a resposta do cálculo da divisão 13 : 4 é igual a 3, com resto 1? Disso, para não deixarmos nenhuma criança sem equipe, já que o resto da divisão representa uma criança, uma resposta aceitável seria: três equipes terão 3 crianças e uma equipe terá 4.

Por outro lado, quando se tratar de um elemento que admite partes, estaremos lidando com um **todo contínuo**. Vejamos um exemplo:

> *"Guto tem 5 chocolates e deseja dividir para 4 amigos. Quanto cada amigo receberá de chocolate?"*

Perceba que, nessa situação, em função da natureza do que está sendo dividido, é possível particionar cada elemento, já que se trata de chocolates. Logo, para responder à pergunta: "*Quanto cada amigo receberá de chocolate?*", calculamos a divisão 5 : 4 e temos que o resultado é igual a 1, com resto 1. Mas, o que significa o resto nesse caso? Como se trata de um chocolate, esse elemento admite partes. Portanto, para que todo o chocolate seja dividido, uma resposta plausível seria: cada amigo ficará com 1 chocolate inteiro e mais a metade da metade de outro chocolate.

E aí? Deu para perceber a importância de se analisar qual é a natureza do que está sendo dividido em uma situação-problema de divisão? Você já havia pensado nisso? Foi possível compreender que é necessário mais do que saber fazer a conta para se ter garantia de que um aluno domina essa operação e, além disso, para podermos dizer que ele está alfabetizado matematicamente nesse assunto? Reflita sobre essas questões e registre!

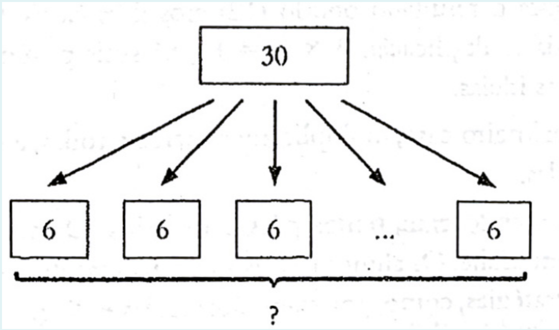
Outro aspecto conceitual fundamental para a aprendizagem da divisão se refere às ideias dessa operação: **repartir** e **medir**. Apresentamos, no quadro a seguir, como Bigode e Gimenez (2009) abordam essas duas ideias:

Nas situações de **repartir** é conhecido o número total de elementos de um conjunto que tem de ser dividido. O problema consiste em determinar o tamanho de cada parte da divisão.
Exemplo: "Dona Benta tem 30 salgadinhos para distribuir em 5 caixas. Quantos salgadinhos terá em cada caixa?" Neste caso, os alunos podem resolver distribuindo, primeiro, 2 salgadinhos em cada caixa, conforme a figura a seguir:

Considerando que foi distribuído 5 x 2 = 10 salgadinhos, ainda restam 20 para dividir. Como 20 é o dobro de 10, podemos colocar outros 4 salgadinhos em cada caixa. Isso resultará em 6 (2 da primeira distribuição + 4 da segunda). Observe que esse procedimento corresponde ao dispositivo da divisão por subtrações sucessivas, conforme mostrado na próxima figura:

$$
\begin{array}{r|l}
30 & \underline{\;5\;} \\
\underline{-10} & 2 \\
20 & \underline{+4} \\
\underline{-20} & 6 \\
0 &
\end{array}
$$

Nas situações de **medir**, o número de elementos deve ser dividido em partes de tamanho determinado. O que se pretende saber é quantas serão as partes. Exemplo: "Dona Benta tem 30 salgadinhos para distribuir em caixas. Ela quer que cada caixa tenha 6 salgadinhos. Quantas caixas ela vai usar?" A figura a seguir ilustra essa distribuição:



Nessa situação, Dona Benta quer formar caixas com 6 salgadinhos, mas não sabe quantas serão as caixas. Formando grupos de 6 salgadinhos, Dona Benta descobre quantos grupos de 6 formará com os 30 salgadinhos. Consequentemente saberá o número de caixas de que precisará.

Adaptado de Bigode e Gimenez (2009).

Vamos praticar?

Atividades

1) Agora que você já estudou sobre as ideias das quatro operações aritméticas fundamentais, leia as situações-problemas, a seguir, e indique a ideia e a operação envolvida em cada uma delas:

a) Para a festa de aniversário de Luca foram enchidos 68 balões. Ao longo da comemoração, 9 balões estouraram. Quantos balões estavam cheios ao final da festa?

b) Luca montou saquinhos de balas para entregar aos seus amigos ao final da festa de seu aniversário. Ele comprou 82 balas e quer colocar 12 em cada saquinho. Quantos saquinhos de balas ele poderá montar?

c) Caio é confeiteiro e faz bolos para ocasiões especiais. Ele resolveu presentear um casal de amigos com o bolo de casamento. Para fazer o bolo ele tinha duas opções de massa (baunilha e chocolate) e 6 opções de recheio (brigadeiro, morango, coco, nozes, abacaxi e doce de leite). Quantas bolos diferentes ele pode fazer sem repetir tipos de massa e de recheios?

d) Em um jogo, Zeca tem 24 cartas para dividir igualmente entre seus 8 amigos. Quantas cartas cada amigo receberá?

e) Mabel e Bela estão lendo uma coletânea de livros composta por 17 volumes. Mabel já leu 6 livros e Bela leu 13. Quantos livros Bela leu a mais que Mabel?

f) Deia tem muitos livros e precisa comprar uma estante maior para seu escritório. Na loja havia uma estante com prateleiras que cabe, aproximadamente, 30 livros em cada uma. Quantos livros ela poderá organizar nessa estante, sendo que ela possui 5 prateleiras?

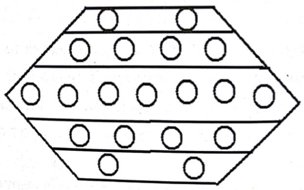
g) Lis quer presentear seus 24 colegas da escola com cartões de natal. Ela confeccionou 13 cartões. Quantos cartões ainda faltam para confeccionar?

h) Pipo e Fifi gostam de colecionar aviões de brinquedo. Pipo tem 19 aviõezinhos e Fifi tem 23. Quantos aviões de brinquedo eles têm juntos?

Sugestões para trabalhar o conceito de divisão

Proponha problemas que envolvam as duas ideias da divisão

No quadro a seguir, destacamos algumas situações-problemas, abordadas por Berton e Itacarambi (2009), nas quais as autoras evidenciam as nuances das diferentes ideias da divisão.

Situação-problema envolvendo a ideia de medida	Situação-problema envolvendo a ideia de repartir
Pâmela embalou 19 docinhos em caixas hexagonais. Sabendo-se que Pâmela fabricou 418 docinhos, quantas caixas ela precisou usar para armazenar todos os doces?	Marcela e duas amigas vendem artesanato na feira todos os domingos. Ajude Marcela na divisão do dinheiro arrecadado nesse domingo com a venda de artesanato, sabendo que elas arrecadaram 351 reais e que dividirão igualmente essa quantia entre as três. Lembre-se de que receberam 1 nota de 100 reais, 3 notas 50 reais, 8 notas de 10 reais, 3 notas de 5 reais e 6 notas de 1 real.
 Para resolver esse problema, devemos dividir 418 por 19. O resultado consiste em saber **quantas vezes o divisor cabe no dividendo.**	A resolução dessa situação, utilizando o algoritmo convencional, propiciará o conhecimento do valor arrecadado por cada uma das amigas, mas é importante que o professor explore a ideia de **distribuir igualmente fazendo as trocas, composições e decomposições usando as quantias em reais**.

Adaptado de Berton e Itacarambi (2009, p. 140-141).

2. O cálculo da divisão

De acordo com Bigode e Gimenez (2009), o professor não deve confundir o ensino do algoritmo da divisão (ou de qualquer outra estratégia de cálculo) com a construção das ideias e dos significados dessa operação. Torna-se recomendável que o algoritmo da divisão seja apresentado, de forma sistemática, apenas quando o professor tiver certeza de que os alunos compreenderam o sentido da divisão e conseguem associar as ideias envolvidas nessa operação a situações-problema.

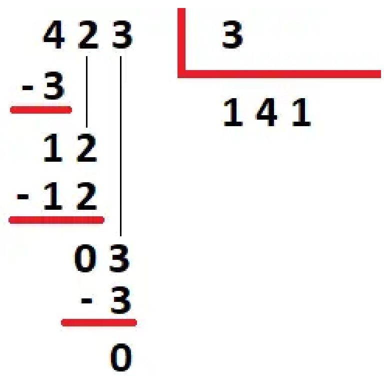
Berton e Itacarambi (2009), ao falarem sobre as ideias de divisão e o algoritmo, apontam algumas ocasiões em que as crianças utilizam a divisão sem o uso do lápis e papel, como quando distribuem objetos entre si, ou quando agrupam elementos, além de algumas situações envolvendo dinheiro. Essas vivências são importantes para o domínio das noções de divisão e, posteriormente, para a aprendizagem do algoritmo. As autoras destacam que ao iniciar o algoritmo da divisão é fundamental verificar se houve avanços na compreensão de situações de divisão e do significado dessa operação.

Quando introduzimos o cálculo da divisão para as crianças, é importante reconhecer que, diante dos primeiros problemas, elas naturalmente recorrem a estratégias como contagem e multiplicação. Broitman (2011, p. 102) explica que torna necessário que "as crianças tenham disponíveis cálculos mentais de x 10 e x 100, os produtos até 9, subtrações de números redondos etc."

Algumas das estratégias de cálculo da divisão, mencionadas pela literatura, são as seguintes:

- Método das subtrações sucessivas (também conhecido como método americano ou por estimativas);
- Método da divisão pela decomposição;
- Método convencional (algoritmo da divisão pelos processos longo e curto, "regra da chavinha").

Toledo e Toledo (1997) chamam a atenção para o fato de que a escolha entre o método breve ou longo, no caso do algoritmo convencional, provoca discussões entre os professores. Como você já viu, em um exemplo anterior sobre subtração, no método longo a subtração é indicada no algoritmo, aparecendo o produto do quociente pelo divisor. Vamos relembrar? Veja o que acabamos de dizer na imagem, a seguir:



Fonte: saber matemática

Já no método breve, dizemos que o processo é mais direto, uma vez que o resultado da subtração é apresentado sem que a conta apareça de forma explícita. Na imagem, a seguir, ilustramos o que isso significa e destacamos a diferença entre esses dois métodos (curto e breve): O mais importante disso tudo é que, como afirmam Toledo e Toledo (1997), em termos de aprendizagem, não importa o processo, desde que o aluno compreenda o que se está fazendo. Do ponto de vista pedagógico, esses autores acreditam que é mais adequado iniciar o uso de algoritmos, para o cálculo da divisão, pelo método longo. Deste modo, os alunos poderão identificar o passo a passo deste procedimento que, por si só, já se mostra bastante objetivo e abstrato. No caso do método breve, como podemos perceber, torna-se mais sintético ainda.

Método curto	Método longo
$\begin{array}{r\|l} 180 & 12 \\ \cline{2-2} 60 & 15 \\ 0 & \end{array}$	$\begin{array}{r\|l} -180 & 12 \\ \cline{2-2} 12 & 15 \\ \cline{1-1} 060 & \\ -60 & \\ \cline{1-1} 00 & \end{array}$

Fonte: Autoria própria

Cabe destacar que, é possível promover experiências de cálculo da divisão sem o uso de algoritmos (por meio de jogos, brincadeiras, uso de materiais manipulativos, ábaco, material dourado, atividades com calculadora, etc). Portanto, torna-se fundamental não limitar o ensino do cálculo da divisão apenas usando técnicas mais sistematizadas e objetivas, tais como os algoritmos. Antes disso, muitas possibilidades podem ser trabalhadas, as quais contribuem, inclusive, para a compreensão dos algoritmos e dos aspectos conceituais desta operação.

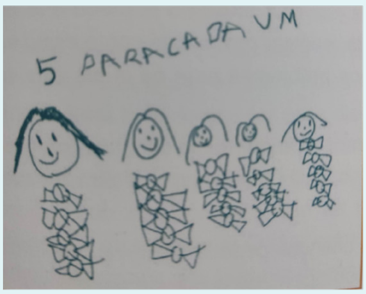
Sugestões para trabalhar o cálculo de divisão

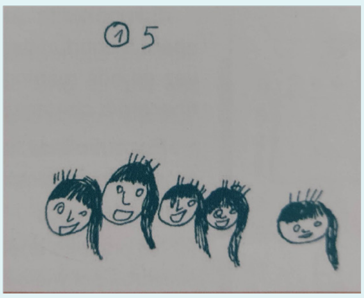
Incentive o uso de estratégias de cálculo não convencionais

Broitman (2011) apresenta alguns exemplos que evidenciam que, apesar de as crianças, no primeiro ano, ainda não saberem usar estratégias mais sistematizadas, como é o caso dos algoritmos, são capazes de resolver problemas de divisão a partir de procedimentos em que elas representam graficamente os problemas apresentados. Veja o exemplo, a seguir:

Considere o seguinte problema: *"Tenho 25 balas para repartir igualmente para 5 crianças. Quantas balas terá cada uma?"*

Nesta situação, mesmo sem ter um procedimento qualificado ou sistematizado, as crianças produzem estratégias próprias de resolução, de acordo com o que já conhecem, como pode ser visto nas imagens a seguir:



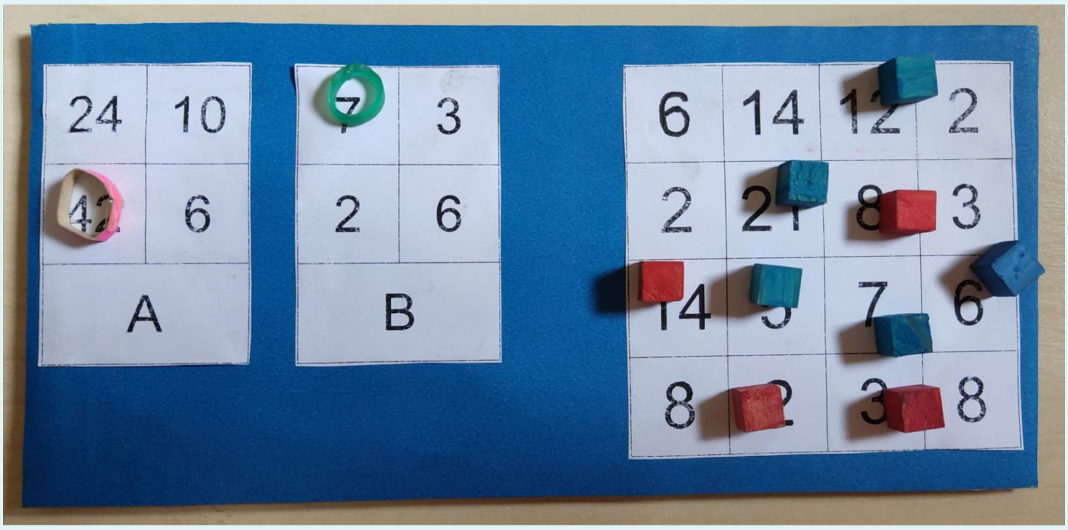


Adaptado de Broitman (2011, p. 84-85).

Bigode e Gimenez (2009) explicam que, pelo fato da divisão ser a operação inversa da multiplicação, ela pode ser introduzida de maneira intuitiva em situações de distribuição e formação de grupos.

Jogo três em linha

Como já mencionamos em momentos anteriores, muitas são as estratégias e possibilidades de se trabalhar o cálculo das operações antes de partir para as "contas armadas". Estratégias lúdicas, por exemplo, além de favorecer os cálculos, ajudam na compreensão dos conceitos e tornam o aprendizado mais próximo da linguagem da criança uma vez que parte do brincar. No caso da divisão, há vários jogos e brincadeiras que podem ser incorporadas à prática pedagógica (jogos de dominó, jogos de tabuleiro, jogos da memória, corrida das contas, jogo que exploram o resto da divisão, dentes outros). Que jogos e brincadeiras você conhece e que já trabalhou em sala de aula? Você conhece algum desses jogos que mencionamos? A seguir, apresentamos o jogo três em linha que pode ser trabalhado no ensino de qualquer operação e, nesse momento, apresentamos para o caso da divisão.



Acompanhe o passo a passo de como jogar:

1. O jogo será realizado em dupla. Cada um dos dois jogadores recebe dois pequenos aros para marcar os números que serão divididos e algumas pecinhas com cores diferentes para marcar os resultados. Cada jogador, em sua vez, coloca um aro sobre um número do quadro A e o outro sobre um número do quadro B, para fazer a divisão de um pelo outro. O jogador escolhe sua cor e marca o resultado da divisão na tabela maior;

2. O primeiro jogador que conseguir colocar 3 pecinhas em linha horizontal, vertical ou diagonal vence o jogo.

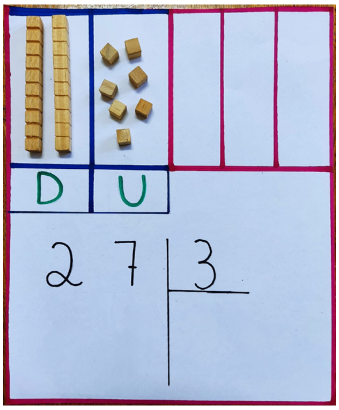
Fonte: Arquivo pessoal das autoras.

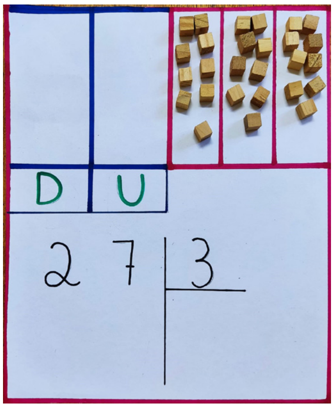
E aí? Já conhecia esse jogo? Que tal tentar levá-lo para a sua sala de aula? Depois dessa experiência, compartilhe com outros colegas.

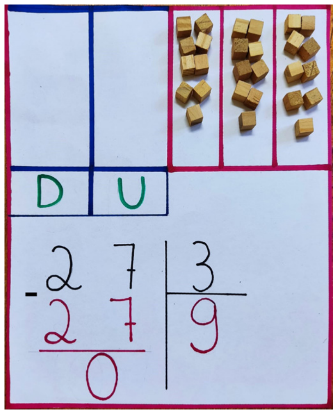
Material Dourado

Como já mencionamos em momentos anteriores, o material dourado, assim como o ábaco, pode ser utilizado para resolver as quatro operações aritméticas, além de favorecer a compreensão das características do sistema de numeração decimal. No caso da divisão, especificamente, como seria usar esse material para resolver a operação? Você já o utilizou em suas aulas para ensinar divisão? Bem, caso já tenha utilizado, vamos recordar! Caso isso ainda não tenha ocorrido, vamos aprender?

Para fazer uma divisão utilizando o material dourado, será necessário representar o dividendo, e depois fazer distribuições conforme o divisor. Por exemplo: considere a divisão de 63 dividido por 3. Você deverá pegar 6 barrinhas (cada uma representa 1 dezena) e 3 cubinhos (unidades). Agora, faça distribuições sucessivas de 3 em 3 até chegar no resultado. Dessa forma, você terá em cada grupo 2 barrinhas e 1 unidade, ou seja, 63 dividido por 3 é igual a 21. Veja outro exemplo, a seguir, quando calculamos 27 dividido por 3, representando e resolvendo com o material dourado:







Fonte: Arquivo pessoal das autoras.

Proponha atividades investigativas para explorar regularidades

As divisões seguintes são exatas. Preencha o quadro. Será que é possível preencher sem efetuar as contas?

Dividendo	Divisor	Quociente
32	4	
64	8	
96	12	
128	16	
160	20	

Agora que você já preencheu o quadro, procure tirar algumas conclusões, analisando e respondendo cada questão a seguir. Não esqueça de justificar suas respostas.

a. Numa divisão exata, se o dividendo dobra e o divisor também dobra, então o quociente permanece o mesmo?

b. Numa divisão exata, se o dividendo triplica e o divisor também triplica, então o quociente triplica também?

c. Numa divisão exata, se o dividendo dobra e o divisor permanece o mesmo, então o quociente dobra?

d. Numa divisão exata, se o dividendo é multiplicado por 4 e o divisor permanece o mesmo, então o quociente permanece o mesmo?

e. Numa divisão exata, se o dividendo é multiplicado por 7 e o divisor também é multiplicado por 7, então o quociente não se altera?

Adaptado de Berton e Itacarambi (2009, p. 148).

Trabalhe o algoritmo por estimativas

O algoritmo por estimativas, também conhecido como método americano, reproduz a ação de distribuir igualmente a quantidade. No quadro a seguir, Berton e Itacarambi (2009) explicam esse procedimento:

1764	14
- 1400	100
364	10
- 140	
224	10
- 140	
84	
- 70	
14	5
- 14	1
0	

O procedimento consiste em iniciar distribuindo uma mesma quantidade a cada instituição, em seguida verificar quantas unidades sobram após cada distribuição e continuar o procedimento até constatar a impossibilidade de distribuir. O resultado é a soma de 100+10+10+5+1 = 126

Berton e Itacarambi (2009, p. 142).

Trabalhe o algoritmo por decomposição

Podemos realizar a divisão fazendo a decomposição do dividendo em unidades e obter o quociente pela somatória dos quocientes obtidos. Observe a explicação de Berton e Itacarambi (2009), a seguir:

300u+10u+5u	3
-300u	100+3+2 = 105
0 10u	
- 9u	
1u+ 5u= 6u	
-6u	
0	

Efetuamos a divisão pelas ordens; decompomos o dividendo em centenas, dezenas e unidades. Iniciamos dividindo a maior ordem pelo divisor. Continuamos a divisão pela próxima ordem que é a ordem das dezenas e, em seguida, dividimos as unidades.

Berton e Itacarambi (2009, p. 144).

Trabalhe com cuidado o algoritmo convencional

O algoritmo convencional, no âmbito dos anos iniciais do Ensino Fundamental, consiste na forma mais objetiva e sistematizada de se resolver uma divisão. Alguns autores o chamam de "regra da chavinha". A seguir, Berton e Itacarambi (2009) comentam e representam essa operação, resolvendo a divisão 315 : 3.

```
 315   |_3___
-3       105
----
 015
-  15
----
   00
```

Procuramos o maior número possível de ser colocado no quociente, já obtendo o resto menor que o divisor. No método longo a subtração é indicada no algoritmo, aparecendo o produto do quociente pelo divisor.

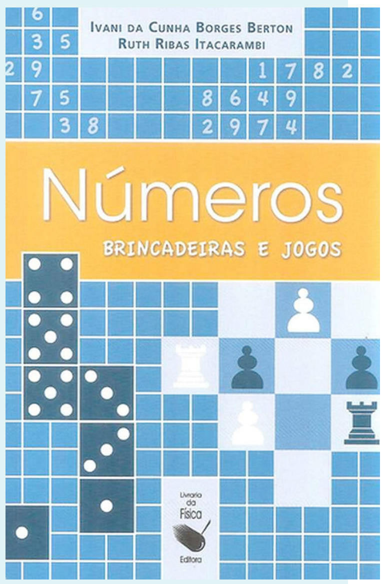
Berton e Itacarambi (2009, p. 145).

Como sugestão, convidamos você a assistir ao vídeo clicando no link: *Como ensinar o algoritmo da divisão (continha de dividir)*. Nesse vídeo é possível acompanhar o passo a passo do emprego desse método de cálculo a partir de uma situação-problema próxima da realidade.

Uma reflexão final sobre o que vimos acerca do cálculo das operações!

Talvez, você se pergunte: com tantas formas de calcular as operações, muitas delas criativas, engenhosas, lúdicas e com materiais ditos concretos, por que ainda ensinamos algoritmos para as crianças? Vamos pensar sobre o que Berton e Itacarambi (2009) têm a nos dizer sobre isso? Leia a citação do quadro, a seguir:

> A necessidade dos algoritmos surge na abordagem de problemas mais complexos e com números grandes. É verdade que nos tempos de hoje, existe um algoritmo extremamente eficaz e simples, que está praticamente ao alcance de todos: a calculadora eletrônica [...]. Esse fato torna relativo a necessidade real (na vida prática) de automatizar os algoritmos tradicionais das quatro operações fundamentais, ou seja hoje em dia não faz muito sentido fazer alguém decorar as regras "de fazer contas", pois a máquina o faz melhor e as regras para operá-la são mais fáceis. No entanto, isso não tira a importância de trabalhar com os algoritmos, mas exige uma mudança no enfoque desse estudo. Torna-se muito mais importante a compreensão real desses mecanismos por parte do aluno do que a simples repetição mecânica até "saber fazer". Trata-se formar inteligências capaz



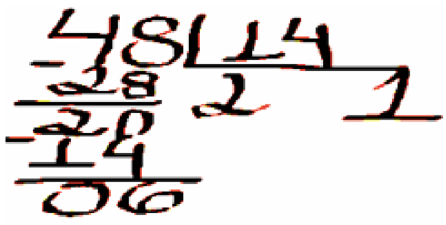
> de produzir novas máquinas, já que a manipulação das que existem é fácil e não exigem muito raciocínio. para que se obtenha uma compreensão dos algoritmos é necessário um domínio da lógica do sistema de numeração e do significado da operação que se quer realizar, bem como de suas propriedades. (BERTON; ITACARAMBI, 2009, p.111-112).

E aí, professor(a)? Você concorda com as colocações das autoras? Reflita e registre suas observações sobre as diferentes técnicas operatórias e o uso de algoritmos na sala de aula. Queremos saber o que você tem a dizer e aprender com sua rica experiência escolar.

Vamos praticar?

Atividades

1) Analise a resolução de uma operação de divisão apresentada pela aluna Luísa, 10 anos, durante uma atividade que sua professora aplicou. Ela apresentou um registro escrito, conforme imagem apresentada a seguir:



a) Qual método de calcular a divisão Luísa utilizou?

b) O que você observou na resolução apresentada por Luísa durante o processo de resolução? Considerando apenas o cálculo escrito de Luísa, você avalia que a operação foi resolvida corretamente ou não? Justifique

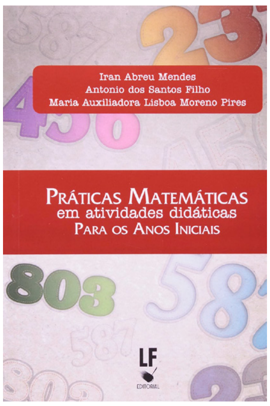
2) Ao ser questionada por sua professora sobre o resultado de sua divisão ser 21, Luísa disse: "*Vinte e um não! Tá vendo é 2 e 1, três, 2 vezes 14, e 1 vezes 14, dá 3 de 14, e sobra 6, porque dá 42 e sobra 6*".

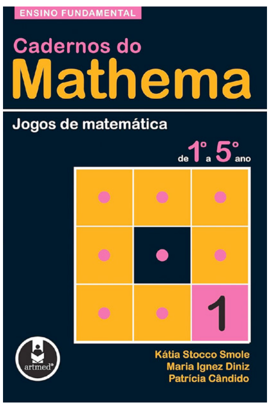
a) Considerando não apenas o cálculo escrito apresentado por Luísa, mas também a fala dela a partir do questionamento da professora. E, agora? Você avalia a resolução apresentada por ela como correta ou não? Justifique.

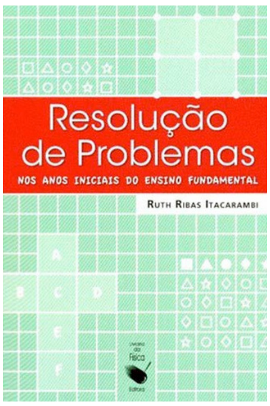
b) Se a professora não tivesse questionado a aluna quanto à sua resolução, seria possível compreender o seu raciocínio? Comente.

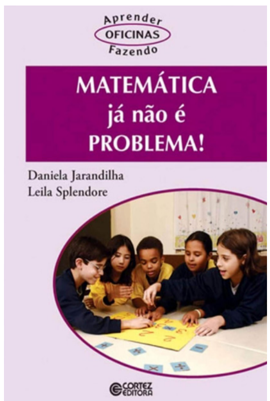
Um pouco mais...

Caso deseje aprofundar seus conhecimentos teórico-prático em relação ao ensino de números e operações e outros conteúdos matemáticos, deixamos os seguintes livros como sugestão. As referências completas estão no final desta Unidade. Professor(a), sempre que possível, invista na sua formação!









No quadro a seguir, apresentamos uma **síntese dos conteúdos abordados neste material**. Neste quadro destacamos alguns aspectos importantes relacionados aos temas abordados, no que tange ao eixo números e operações com naturais.

Sentidos numéricos	
Alguns sentidos	**Descrição**
Cardinal	Números que descrevem a quantidade de elementos de um conjunto discreto: um, dois, três... (1,2,3...)
Ordinal	Números que expressam ordem: primeiro, segundo, terceiro... (1º, 2º, 3º...)
Medida	Números obtidos a partir da ação de medir: um metro, dois centímetros, 3 quilogramas… (1m, 2cm, 3kg…)
Códigos	Números utilizados para representar códigos como números de documentos, placas de carros, CEP, códigos de barras, dentre outros: CEP: 36570-000
Sistema de numeração decimal	
Características	**Descrição**
Base 10	Com apenas dez símbolos é possível escrever qualquer número; isso quer dizer que, a cada 10 unidades de uma ordem tem-se uma unidade da ordem superior.
Princípio multiplicativo	Significa dizer que, por exemplo, no número 428 o 4, por estar na posição da centena equivale a 4 x 100, o 2 por estar na posição da dezena equivale a 2 x 10 e o 8, por estar na posição da unidade, equivale a 8 x 1.
Valor posicional	Cada algarismo tem um valor de acordo com a posição que ele ocupa na representação do numeral. Exemplo: O algarismo 2 no número 25 ocupa a 2ª ordem, isto é, dezenas. Logo, ele vale 20.
Significado do zero	No sistema de numeração decimal o zero é um número que representa a ausência de quantidade.

As quatro operações		
Operação	**Termos**	**Ideias**
Adição	25 ⎤ + 3 ⎦→ Parcelas 28 → Soma ou Total	**Juntar** - para descobrir quanto temos ao todo, juntando os objetos. **Acrescentar** - pressupõe estados e ações com tempos diferentes, um antes e outro depois de cada ação.
Subtração	25 → Minuendo - 3 → Subtraendo 22 → Diferença ou resto	**Tirar** - quando uma determinada quantidade passa por uma transformação e desejamos saber o quanto restou. **Completar** - Quando temos uma determinada quantidade e desejamos saber quanto falta para completar um todo. **Comparar** - Quando se tem duas coleções ou medidas e temos que descobrir quanto cada uma possui a mais ou a menos do que a outra.
Multiplicação	^{1}25 ⎤ x 3 ⎦→ Fatores 75 → Produto	**Repetições sucessivas** - multiplicação como soma de parcelas iguais. **Combinações** - são todos os subconjuntos que podemos formar com uma quantidade de um conjunto.
Divisão	Dividendo ← 25 |3 → Divisor -24 8 → Quociente Resto ← 01	**Repartir** - é conhecido o número total de elementos de um conjunto, o qual tem de ser dividido. **Medir** - o número de elementos deve ser dividido em partes de tamanho determinado. Sabemos o tamanho de cada parte e precisamos descobrir quantas partes são possíveis formar.

Resumo da Unidade

Nesta unidade discutimos as teorias e práticas no ensino da matemática nos anos iniciais. Começamos abordando o surgimento e a função social dos números, explorando os diversos significados que assumem em contextos matemáticos, com destaque para a importância de relativizar os números para entender seus diferentes usos. Apresentamos sugestões para o ensino de números em sala de aula, como o uso dos dedos das mãos, a integração da matemática com a literatura infantil, a utilização de materiais manipulativos e jogos. Além disso, discutimos a criação do sistema de numeração decimal e enfatizamos o papel do zero no sistema de numeração decimal. As sugestões de trabalho nesta temática incluem, entre outras, o material dourado e o quadro de valor e lugar (QVL).

Ao estudarmos os conceitos e procedimentos relacionados às operações aritméticas, começamos com a adição, analisando, assim como nas demais operações, as ideias, contextos e situações relacionadas a ela. Oferecemos sugestões práticas que contemplam as duas ideias do conceito da adição. Falamos sobre o cálculo da adição e sobre como realizar este trabalho usando, por exemplo, a reta numérica e o ábaco. Para a subtração, discutimos seus conceitos e sua relevância para a compreensão de ideias que envolvem as ações de tirar, completar e comparar pela diferença. Para trabalhar o cálculo da subtração, propomos o uso da reta numérica, do material dourado, bem como do algoritmo da decomposição ("empresta um").

No ensino da multiplicação e da divisão, também trouxemos propostas para o trabalho em sala de aula, explorando os conceitos até chegar ao cálculo. Na multiplicação, destacamos os dois problemas multiplicativos, que são os que envolvem repetições sucessivas (soma de parcelas iguais) e os que envolvem combinação. Para a divisão, abordamos as ideias de repartir e de medir e outros aspectos conceituais, tais como: a natureza do que se está dividido, o papel do resto, bem como a multiplicação como sua operação

Referências bibliográficas

BERTON, I. C. B.; ITACARAMBI, R. R. **Números**: brincadeiras e jogos. São Paulo: Editora da Física, 2009.

BIGODE, A. J. L. Base, que Base? O caso da Matemática. In: CÁSSIO, F.; CATELLI Jr; R. (Orgs.) **Educação é a Base? 23 educadores discutem a BNCC.** São Paulo: Ação Educativa, 2019.

BIGODE, A. J. L.; FRANT, J. B. **Matemática**: soluções para dez desafios do professor. São Paulo: Ática Educadores, 2011.

BIGODE, A. J. L.; GIMENEZ, J. **Metodologia para o Ensino da Aritmética**: competência numérica no cotidiano. São Paulo: FTD, 2009.

BORBA, M. C.; SMOLE, K. S.; AMARAL, R. B. (Orgs.) **Caderno de Formação**: formação de professores didática dos conteúdos. Universidade Estadual Paulista. Pró-Reitoria de Graduação; Universidade Virtual do Estado de São Paulo, v .7, Curso de Pedagogia. São Paulo: Cultura Acadêmica, 2012.

BROITMAN, C. **As Operações Matemáticas no Ensino Fundamental I**: contribuições para o trabalho em sala de aula. São Paulo: Ática, 2011.

CASTRO, S. B. **Entrelaçamentos entre a Formação Docente para o Ensino de Matemática e o Uso das Tecnologias Digitais nos Cursos de Pedagogia**. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Federal de Viçosa, Viçosa, 2020.

ITACARAMBI, R. R. **Resolução de Problemas nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental**. São Paulo: Editora da Física, 2010.

JARANDILHA, D.; SPLENDORE, L. **A Matemática já não é Problema**. 4 Ed. São Paulo: Editora Cortez , 2010.

LORENZATO, S. **Educação Infantil e Percepção Matemática.** 3 Ed. Campinas: Autores Associados, 2011.

MENDES, I. A.; SANTOS FILHO, A.; PIRES, M. A. L. M. **Práticas Matemáticas em Atividades Didáticas para os Anos Iniciais.** São Paulo: Editora Livraria da Física, 2011.

NACARATO, A. M.; MENGALI, B. L. S.; PASSOS, C. L. B. **A Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental**: tecendo fios do ensinar e do aprender. Belo Horizonte: Autêntica, 2009.

SMOLE, K. S.; DINIZ, M. I.; CÂNDIDO, P. **Cadernos do Mathema**: jogos de matemática. Porto Alegre: Artmed, 2007.

TOLEDO, M.; TOLEDO, M. **Didática da Matemática – como dois e dois**: a construção da Matemática. São Paulo: FTD, 1997.

ALFABETIZAÇÃO
e Letramento